



International Journal of Sociology and Humanities

ISSN Print: 2664-8679
ISSN Online: 2664-8687
Impact Factor: RJIF 8.33
IJSJH 2025; 7(2): 136-147
www.sociologyjournal.net
Received: 27-06-2025
Accepted: 30-07-2025

गुंजन सिंह

शोधकर्त्री, समाजशास्त्र विभाग,
किशोरी रमन गर्ल्स पी०जी०
कॉलेज, मथुरा, डॉ. भीम राव
अम्बेडकर विश्वविद्यालय से संबद्ध,
आगरा, उत्तर प्रदेश, भारत

कविता कन्नोजिया

प्रोफेसर, पर्यवेक्षक, समाजशास्त्र
विभाग, किशोरी रमन गर्ल्स
पी०जी० कॉलेज, मथुरा, डॉ. भीम
राव अम्बेडकर विश्वविद्यालय से
संबद्ध, आगरा, उत्तर प्रदेश, भारत

Corresponding Author:

गुंजन सिंह

शोधकर्त्री, समाजशास्त्र विभाग,
किशोरी रमन गर्ल्स पी०जी०
कॉलेज, मथुरा, डॉ. भीम राव
अम्बेडकर विश्वविद्यालय से संबद्ध,
आगरा, उत्तर प्रदेश, भारत

गणित के शिक्षण और सीखने में चुनौतियाँ और संभावनाएँ : उत्तर प्रदेश राज्य में एक केस स्टडी

गुंजन सिंह, कविता कन्नोजिया

DOI: <https://www.doi.org/10.33545/26648679.2025.v7.i2b.197>

सारांश

विश्वविद्यालय के विद्यार्थियों को गणित और ज्यामिति की पढ़ाई दी जाती है, लेकिन विद्यार्थियों को आधा-अधूरा गणित सिखाया जाता है। वर्तमान शोध का उद्देश्य, इस प्रस्ताव के अनुरूप, यह पता लगाना है कि शिक्षार्थियों के बीच गणित का ज्ञान कैसे होता है, भारत में शिक्षकों द्वारा उपयोग की जाने वाली शिक्षण विधियों में से कौन सी सबसे प्रभावी हैं, गणित में पाठ्यक्रम शुरू करने से पहले क्या पूर्वपेक्षाएँ बनानी चाहिए? इस व्यापक अध्ययन के लिए, उत्तर प्रदेश के 26 स्कूलों, 19 कॉलेजों और 7 विश्वविद्यालय विभागों से 6 साल से अधिक गणित शिक्षण अनुभव वाले माध्यमिक विद्यालयों के शिक्षकों और कॉलेजों और विश्वविद्यालयों के सहायक/सहयोगी प्रोफेसरों से जानकारी जुटाई गई। इस अध्ययन में कुल 142 शिक्षकों ने भाग लिया। डेटा को शेड्यूल, कक्षा अवलोकन, फोकस समूह साक्षात्कार और अनौपचारिक चर्चाओं का उपयोग करके एकत्र किया गया था जो कक्षा शिक्षण से पहले और बाद में किए गए थे। सामग्री और कक्षा प्रवचनों के विश्लेषण के लिए एनवीवो और कॉनकोर्डेंस सॉफ्टवेयर का उपयोग किया गया था। फरवरी 2019 से अप्रैल 2024 के बीच का अध्ययन अपने ढाँचे में गुणात्मक है और पूरी तरह से व्याख्यात्मक प्रतिमान के भीतर है। इस शोध के निष्कर्ष माध्यमिक विद्यालयों, कॉलेज और विश्वविद्यालय जाने वाले छात्रों के बीच गणित अनुभूति की समझ को बेहतर बनाएंगे।

कूटशब्द : पाठ्यक्रम, मूल्यांकन, गणित शिक्षा, शैक्षणिक सामग्री ज्ञान, शिक्षण अधिगम

प्रस्तावना

कई वर्षों से शोधकर्ता स्कूल और कॉलेज के छात्रों को गणित पढ़ाने के मूल स्वरूप और उद्देश्य के बारे में चर्चा और बहस कर रहे हैं (डोसी, 1992; ऑर्टन और वेन, 1994)। अधिकांश देशों में, चाहे वे विकसित हों या विकासशील, यह देखा गया है कि स्कूल में गणित को अन्य विषयों की तुलना में एक विशेष स्थान प्राप्त है, और यह स्थिति इसकी उपयोगिता और अनुप्रयोग के कारण है जो दूसरों की मान्यताओं के बिल्कुल विपरीत है जो गणित को ज्ञान के उच्चतम रूप के रूप में देखते हैं जो अमूर्तता पर जोर देता है और औपचारिक प्रमाण रखता है और यह अपने अंदर केंद्रित होता है (गार्डिनर, 1995; न्यूमार्क, 1995)। नौसिखियों को एकीकरण और विभेदीकरण से परिचित कराने की आवर्ती समस्या कुछ विशिष्ट प्रश्नों का बार-बार सुदृढीकरण है जिसमें उन्हें हल करने, ग्राफ बनाने, गणना करने, प्लॉट करने, गणना करने, अंतर करने, स्केच करने, निर्धारित करने आदि के लिए कहना शामिल है (फेरिनी-मुंडी और ग्राहम, 1991)। छात्रों द्वारा किसी अवधारणा या निर्माण को उसके अर्थ के ज्ञान और समझ के बिना सीखना कई दशकों से शोध का मुद्दा रहा है 1980 के दशक में यूएसए में, गणित सीखने और सिखाने से संबंधित स्पष्ट संकट के कारण, यूएस ने एक आंदोलन देखा जिसने छात्रों को गणित पढ़ाने के तरीके में बदलावों को प्रेरित किया (टकर और लेट्जेल, 1995)। कई लेखकों द्वारा सक्रिय और औपचारिक प्रतिनिधित्व को शामिल करने के लिए 'तीन के नियम' का विस्तार करने का प्रयास किया गया है (डेविड टाल, 1996); एनिमेशन का उपयोग करके अभ्यावेदन (बोवर्स, 1999; लीनबाक, 1997); वास्तविक डेटा का अभ्यावेदन (कपुट, 1998) जिसमें शिक्षार्थी ऐसी स्थितियों का अनुभव करते हैं जो वास्तविकता और प्राकृतिक घटना के करीब हैं और डेटा में कार्यों के उपयोग को आरोपित करते हैं जो वास्तविक हैं और अभ्यावेदन जो मौखिक हैं (कैनेडी, 2000)। कुछ शोधकर्ताओं ने इस बारे में बात की कि मौजूदा साहित्य कार्यों की शिक्षार्थियों की समझ के संबंध में क्या कहता है और रिपोर्ट करते हैं कि छात्रों के पास कार्यों की एक अवधारणा/मानसिक प्रतिनिधित्व है जो काफी कमजोर है और वे कार्यों की अपनी अवधारणा को विकसित और तैयार करते समय बीजीय सूत्रों पर भरोसा करने की प्रवृत्ति दिखाते हैं (असियाला, कॉट्रिल, डबिंस्की, और श्विंगेडॉर्फ, 1997)। (कोइराला, 1997) गणित पढ़ाते समय छात्रों की वैचारिक

समझ को सैद्धांतिक विवरण में सेट करता है जो (स्केम्प, 1976) ने गणित पर समस्याओं को हल करने में छात्रों को नियम और सूत्र देने और छात्रों द्वारा उन सूत्रों को हल करने में लागू करने से जुड़े संबंधपरक और वाद्य संज्ञान के बारे में दिया था। गणित की समस्याएं जो नियमित प्रकृति की होती हैं और जिनके लिए छात्रों को इसके मूल में जाने के लिए कोई दिमाग लगाने की आवश्यकता नहीं होती है।

जब छात्र कोई निश्चित संरचना सीखता है, तो उसके दिमाग में एक अवधारणा छवि के साथ-साथ एक अवधारणा परिभाषा भी निर्मित होती है (डेविड टाल और विनर, 1981)। यह ज्यादातर संयोग से होता है कि अवधारणा निर्माण की प्रक्रिया शिक्षार्थियों के बीच होती है क्योंकि वे इसे समान पाठ्यपुस्तक समस्याओं का उपयोग करके सीखते हैं जो भोलेपन या सहज ज्ञान युक्त होते हैं।

संरचनाएं जो परिवर्तन से प्रतिरक्षित हैं और अमूर्तता की धारणा जो चिंतनशील हैं (पियागेट, 1985), जिसे (डबिंस्की, 2002) ने रचनात्मक रूप से चिंतनशील अमूर्तता में मौजूद लक्षणों के सारांश के लिए संकल्पित किया था जो उच्च क्रम की गणितीय सोच के दृष्टिकोण से निकलता है, समन्वय, एनकैप्सुलेशन, आंतरिककरण, प्रतिवर्तीता और सामान्यीकरण का गठन करता है। डबिंस्की के मॉडल का उपयोग करते हुए, (रेपो, 1994) ने व्युत्पन्न से संबंधित निर्माणों पर संज्ञानात्मक संरचनाओं के निर्माण में चिंतनशील अमूर्तता की व्याख्या की है।

यह बहुत संभव है कि यदि शिक्षार्थी डेरिवेटिव्स के लिए विशिष्ट अवधारणाओं को आत्मसात कर सकें, और डेरिवेटिव्स के एक फंक्शन को प्रसंस्करण के लिए नोडल इकाई के रूप में समझने की क्षमताओं के विकास की दिशा में काम कर सकें, तो वे बाद में अंतरों के संचालन में तल्लीनता के लिए एक उपन्यास व्युत्क्रम प्रक्रिया का निर्माण आसानी से कर सकते हैं, इस प्रकार यह मूल रूप से चुने गए फंक्शन के एकीकरण के निर्धारण के समान ही बन जाएगा। (डेविड टाल, 1996) (स्फर्ड, 1992) द्वारा दिए गए प्रस्ताव को चित्रित करता है कि गणित को परिचालनात्मक रूप से देखने से पहले इसे संरचनात्मक रूप से देखना, वस्तुओं और औपचारिक परिभाषाओं पर विचार करना होता है और शिक्षण के सिद्धांतों के संबंध में इसके प्रमुख निहितार्थ हो सकते हैं। 'अवधारणा परिभाषा' और 'अवधारणा छवि' की समग्र छाप के बीच जो अंतर है, उसे डेविड टाल ने दोहराया है (1996) और इस विशिष्ट अंतर ने कुछ गणितज्ञों (डेविड टाल और विनर, 1981; विनर और ड्रेफस, 1989) को छात्रों की समझ में कुछ कमी की व्याख्या की। (ग्रे और टाल, 1994) ने 'प्रॉसेप्ट' की अवधारणात्मक मान्यता को प्रतिपादित और उपयोग किया, इसे प्रक्रिया और अवधारणा के समामेलन के रूप में वर्णित किया, जिससे यह दावा किया गया कि यह विशेष रूप से गणित सीखने और इसके प्रारंभिक विश्लेषण के चिंतन के अनुरूप है। उन्होंने कहा कि फंक्शन, इंटीग्रल, डेरिवेटिव और मौलिक सीमाओं की धारणाएँ सभी प्रॉसेप्ट के उदाहरण हैं।

जब अवधारणाओं को एक से अधिक सेटिंग में और विविध दृष्टिकोणों से देखा जाता है, तो यह अनुभूति की एक आवश्यक संज्ञानात्मक स्थिति बन जाती है जिसे लचीलेपन के सामान्य विचार के पहलू के रूप में देखा जाता है, जिसके बारे में (ड्रेफस और ईसेनबर्ग, 2012) ने बात की थी। अपने अध्ययन में, (डी गुजमैन, हॉजसन, रॉबर्ट, और विलानी, 1998) से पता चलता है कि किसी व्यक्ति के सीखने और शिक्षा के विभिन्न चरणों में, शिक्षार्थी एक प्रमेय साबित करते समय परिपक्वता के विभिन्न स्तर दिखाते हैं। तृतीयक स्तर के शिक्षार्थियों से विशेष रूप से अपेक्षा की जाती है कि वे गैर-तुच्छ प्रमाणों के साथ संलग्न होते हुए सही औपचारिकता का प्रदर्शन करें। विश्लेषण सिखाने के लिए विविध गणितीय क्षेत्रों पर लागू एक प्रयास किया गया। और लेग्रेंड द्वारा किए गए अध्ययन में प्रदर्शित किया गया था और

विचाराधीन दृष्टिकोण, जिसे अक्सर 'वैज्ञानिक बहस' (आर्टिग्यू, 2001; लेग्रेंड, 1993) के रूप में संदर्भित किया जाता है, इसकी जड़ें प्रमेयों की वैधता के संबंध में शिक्षार्थियों के बीच एक विशेष प्रकार के प्रवचन में हैं। यदि छात्रों को गणितीय सामग्री के संबंध में संरचित तर्क मिलते हैं, तो मौलिक अवधारणाओं के संज्ञान का गहन विकास देखा जाता है।

एक अध्ययन ने स्कूल से विश्वविद्यालय में संक्रमण में गैर-निरंतरता के एक मामले के अध्ययन के रूप में व्युत्पन्नों के विचार-विमर्श की जांच की है और निष्कर्ष उन प्रयासों की पुष्टि करते हैं जो छात्र अपने गणितीय रूप से ध्वनि सीखने के सहायक उपकरणों को उन स्थितियों में समायोजित करने में करते हैं जो भ्रामक और जटिल हैं जो इन प्रयासों को अति सरलीकरण की ओर ले जाती हैं जो उनके सीमित अनुभव के परिणाम हैं (प्रेसलॉन, 1999)। आज तक किए गए अधिकांश शोध गणित को सुधारने की दिशा में हैं, जो मुख्य रूप से गणित सीखने को आसान बनाने वाले सॉफ्टवेयर प्रोग्राम या समकालीन पाठ्यक्रम पर दिए गए विचारों या विवरणों पर जोर देते हैं, जो अंततः पाठकों को केवल गणित सीखने और सिखाने के बारे में क्या और कैसे बताते हैं, जिसके प्रासंगिक उदाहरण (ए.एच. शोनफेल्ड, 1995), (डेविड, 2014), (डगलस, 1995) और (सोलो, 1994) में पाए जा सकते हैं।

गणित शिक्षा में अनुसंधान के कई उदाहरणों में, मूल्यांकन ने प्रयोगात्मक और अर्ध-प्रयोगात्मक डिज़ाइनों का उपयोग किया है जो सीधे भौतिक या प्राकृतिक विज्ञानों से उधार लिए गए हैं। उन्होंने दो समूहों का उपयोग किया है, एक जहाँ एक्सपोजर दिया जाता है और दूसरा जहाँ कोई एक्सपोजर नहीं दिया जाता है और पूर्व और बाद के परीक्षणों से प्राप्त अंकों के बीच तुलना की जाती है, जहाँ सुधार दृष्टिकोण (दादा और अकपन) का उपयोग करके अपेक्षाकृत नियंत्रित वातावरण में नमूनों के चयन के लिए यादृच्छिकरण तकनीकों का उपयोग किया गया था। कभी-कभी परीक्षण विशेष रूप से कुछ विशिष्ट प्रकार के छात्रों के प्रदर्शन के आकलन के लिए डिज़ाइन किए गए थे जैसे पारंपरिक एल्गोरिदम को संभालने में उनकी दक्षता या अवधारणात्मक रूप से संचालित समस्याओं को हल करने में उनकी क्षमता का निर्धारण। इसके प्रासंगिक उदाहरण (आर्मस्ट्रांग, गार्नर, और व्यान, 1994) और (बुकमैन और फ्रीडमैन, 1994) में पाए जा सकते हैं। इस तरह के तुलनात्मक अध्ययनों की कुछ लंबे समय से परिचित सीमाएँ हैं, उदाहरण के लिए, (ए. स्कोनफेल्ड, 1994) देखें, जिनमें से एक प्रमुख यह है कि छात्रों के सीखने और सिखाने जैसी जटिल घटनाओं का अध्ययन करने में इसकी उपयुक्तता कम है।

प्रथम दृष्टया यह पाया गया है कि गणित की शिक्षाशास्त्र में सुधार के लिए किए गए शोधों के कई मामलों में, जो पहचाना जाता है वह एक दिलचस्प घटना बन जाती है, लेकिन जब गणित के शिक्षण और सीखने में प्रभावी तकनीकों के हमारे संज्ञान पर इसके योगदान की बात आती है, तो निष्कर्ष, परिणामों और निष्कर्षों का कम असर होता है। दिलचस्प घटनाओं की पहचान, उदाहरण के लिए, परीक्षा प्रश्नों पर विभिन्न पाठ्यक्रमों के छात्रों के विभेदक प्रदर्शन का निर्धारण, जिसमें अध्ययन प्रयोगात्मक अनुसंधान के विविध डिज़ाइनों का उपयोग कर रहा है या गणित कक्षा में शिक्षार्थियों के समस्या समाधान व्यवहार के अवलोकन, शिक्षार्थियों के प्रदर्शन में अंतर को उजागर करने के लिए व्याख्यात्मक शक्ति रखने वाले परिणामों की पीढ़ी की क्षमता रखते हैं। कुछ शोधों में, ऐसे तरीकों का उपयोग उन शोध प्रश्नों की जांच करने में किया जाता है जो प्रकृति में गैर-तुलनात्मक होते हैं, गैर-तुलनात्मक अध्ययनों और इसके उदाहरणों पर अधिक पढ़ने के लिए (सेल्डेन, सेल्डेन, और मेसन, 1994; पाल्मिटर, 1991; पार्क और ट्रैवर्स, 1996; मीडोज, 2016) और (बोन्संगु और ड्रू, 1995)। हालांकि यह दुर्भाग्यपूर्ण है कि

अभेद्य व्याख्यात्मक शक्ति वाले परिणाम देने वाले अध्ययन बहुत कम उपलब्ध हैं और गणित के शिक्षण और इसके पाठ्यक्रम में सुधार पर किए गए तुलनात्मक प्रकृति के अध्ययन छात्रों के गणित सीखने और विभिन्न शैक्षणिक परिस्थितियों से उनकी समझ पर सकारात्मक प्रभाव पड़ने के बारे में हमारी जानकारी को प्रभावी ढंग से आगे नहीं बढ़ा पाए हैं। कई शोधों में यह प्रमाणित किया गया है कि गणित की अवधारणाओं के ज्ञान में छात्रों की जो कमी दिखती है, वह वास्तव में नहीं हो सकती है; वास्तव में यह संबंधित अवधारणाओं की उनकी पहले से मौजूद समझ की अभिव्यक्तियाँ हो सकती हैं (पार्डिमिन, अर्चना, और सुप्रियाडी)। उदाहरण के लिए, शिक्षार्थी कार्यों की अवधारणाओं को एक निश्चित तरीके से समझ सकते हैं जो कुछ विशेष स्थितियों में उनके लिए काफी उपयोगी है, लेकिन व्युत्पन्नों के एक मजबूत अनुमान के विकास के अनुरूप नहीं है या उसका समर्थन नहीं करता है, इससे संबंधित उदाहरण (डेविड टाल, 1992), (मॉन्क और नेमिरोव्स्की, 1994), (फेरिनी-मुंडी और ग्राहम, 1994), (विलियम्स, 1991) और (व्हाइट और मिशेलमोर, 1996) में देखे जा सकते हैं। (कुह, किन्जी, शूह और व्हिट, 2011) द्वारा किए गए अध्ययन ने यह पता लगाया कि विद्यार्थियों के सीखने और कॉलेजिएट उत्कृष्टता में तेजी लाने के लिए, विचारोत्तेजक और बौद्धिक रूप से उत्तेजक रचनात्मक कार्य मौलिक हैं।

गणित के माध्यमिक विद्यालय के छात्रों द्वारा आम तौर पर कुछ ऐसी मान्यताएँ रखी जाती हैं, जिन्हें (गारोफालो, 1989) ने एक गणित शिक्षक के रूप में अपने लंबे करियर के दौरान किए गए अवलोकनों और बातचीत के आधार पर रेखांकित किया था। इन मान्यताओं में शामिल है, शिक्षक और पाठ्यपुस्तकें ज्ञान के एकमात्र अधिकार हैं और अधिकांश गणितीय समस्याओं को शिक्षकों और पाठ्यपुस्तकों से सीधे निकलने वाले सूत्रों, तथ्यों, प्रमेयों, नियमों और प्रक्रियाओं को सीधे नियोजित करके सुलझाया जा सकता है, (पृष्ठ 502); व्युत्पत्तियों के बजाय सूत्र महत्वपूर्ण हैं (पृष्ठ 503); और यह कि शिक्षक/पाठ्यपुस्तकें ज्ञान के एकमात्र वितरक हैं (पृष्ठ 503), साथ ही जिस तरह से छात्र गणित से जुड़ते हैं, जिस दृष्टिकोण से वे गणित की समस्याओं को हल करते हैं और गणित की कक्षा की प्रकृति से उनकी अपेक्षाएँ सीधे तौर पर छात्रों की विश्वास प्रणालियों से प्रभावित होती हैं (बुकमैन, 1993; स्कोनफेल्ड, 1995)।

(स्मिथ एंड मूर, 1990, 1991) द्वारा यह सिफारिश की गई है कि स्कूल/कॉलेज के शिक्षकों को व्याख्यान देने में कम और समूह कार्यों/गतिविधियों में शामिल होने के लिए प्रोत्साहित करने पर अधिक ध्यान देना चाहिए ख़य भी देखें (बुकमैन एंड ब्लेक, 1996)। गणित शिक्षा में अधिकांश प्रमुख समकालीन शोध जो शिक्षण दक्षता को बढ़ाने के लिए सुधार पर ध्यान केंद्रित करते हैं, वे ऐसे कार्य हैं जो या तो प्राथमिक या माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण पर हैं या स्कूल और विश्वविद्यालय स्तर पर गणित सीखने पर हैं (डगलस, 1986; एनसीटीएम, 1989; एनसीटीएम, 1991; एम। टकर, 1990), इस प्रकार गणितीय बिरादरी अब गणित के अत्यधिक महत्व को पहचान रही है और इस प्रकार इस प्रक्रिया में और अधिक जुड़ रही है (यंग, 1987)। एक रचनावादी गणितज्ञ का कहना है कि गणित सीखना एक ऐसी प्रक्रिया है जिसमें छात्र समस्याओं को हल करने के लिए अपनी गतिविधियों को पुनर्गठित करने में संलग्न होते हैं। समस्या क्षेत्र जो उन्हें अत्यधिक कठिन लगते हैं (कोब एट अल., 1991) और इस दृष्टिकोण के अनुरूप, रचनावादी चिंतनशील अमूर्तता के माध्यम से कक्षाओं में गणितीय ज्ञान के निर्माण पर सहमत हैं, और संज्ञानात्मक संरचनाओं का निरंतर विकास होता है (नोडिंग्स, माहेर, और डेविस, 1990)। गणितीय शिक्षा के क्षेत्र में, कई शोधकर्ताओं ने वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालयों और कॉलेजों में कार्यों के बारे में शिक्षार्थियों के संज्ञान के पहलुओं में रुचि दिखाई है

(बक, 1970; ड्रेफस और ईसेनबर्ग, 1983, 1984; डी.एच. मॉक, 1987)। इन शोधों के निष्कर्षों से पता चला है कि इस स्तर पर अधिकांश शिक्षार्थी कार्यों की एक ही परिभाषा से चिपके रहते हैं, जिसे पत्राचार नियम द्वारा चरणबद्ध किया जा रहा है, जिसका डोमेन अपनी संपूर्णता में अपरिवर्तित है (फेरिनी-मुंडी और ग्राहम, 1991; मार्कोविट्स, एयलॉन, और ब्रुकहाइमर, 1986; विनर और ड्रेफस, 1989)। जब विचार प्रक्रिया में ग्राफिकल मोड से बीजगणितीय मोड में बदलाव होता है, तो कार्यों की टुकड़ों में परिभाषा शिक्षार्थियों के लिए भारी कठिनाई लाती है (फेरिनी मुंडी और ग्राहम, 1991; मार्कोविट्स एट अल., 1986; विनर और ड्रेफस, 1989), और इसके अतिरिक्त, अधिकांश समय शिक्षार्थी यह पता लगाते हैं कि ग्राफ अपने परिचय के माप से कार्यों का प्रतिनिधित्व करते हैं या नहीं (फेरिनी-मुंडी और ग्राहम, 1991)। ऐसी परिस्थितियों में जहां छात्रों के पास ग्राफिकल और बीजगणितीय दोनों तरह के डेटा होते हैं, वे अक्सर उन्हें स्वतंत्र रूप से देखते हैं और अक्सर उन तरीकों का उपयोग करने में सहजता महसूस करते हैं जिनके तर्क विरोधाभासी होते हैं (फेरिनी-मुंडी और ग्राहम, 1991)।

शोधकर्ताओं द्वारा छात्रों की प्रवृत्ति को नोट किया गया है और स्थानीय रूप से और किसी एक बिंदु पर और साथ ही बीजगणितीय रूप से ग्राफ के बारे में उनके व्यवहार की जांच करते समय, छात्रों ने एक डोमेन मान के लिए सूत्रों का मूल्यांकन करने की प्रवृत्ति दिखाई है, जबकि इसके विपरीत, गणित की अवधारणाओं को समझने में एक समग्र प्रतिपादन आमतौर पर अत्यंत महत्वपूर्ण होता है (बेल और जानवियर, 1981; डी. एच. मॉक, 1987)। यह देखा गया है कि विद्यार्थियों की सीमाओं के ज्ञान पर शोध बहुत व्यापक नहीं है और शिक्षार्थियों को अक्सर सटीक/औपचारिक और अनौपचारिक परिभाषाओं के बीच संघर्ष का सामना करना पड़ता है जो सरल भाषा और प्राकृतिक प्रवचनों में व्याख्याओं का उपयोग करते हैं (कॉन्फ्रे, 1981; ग्राहम और फेरिनी-मुंडी, 1989; डी टाल और श्वार्जनेबर्गर, 1978; विलियम्स, 1991) और विद्यार्थियों को अक्सर यह महसूस होता है कि एक सीमा तक कभी नहीं पहुंचा जा सकता है और वे ज्यादातर अपने सहज ज्ञान और गणितीय प्रसंस्करण के माध्यम से उनके द्वारा निकाले गए समाधानों के बीच बेमेल का सामना करने के डर से चिंतित रहते हैं (फेरिनी-मुंडी और ग्राहम, 1991) और इसके संबंध में (डेविस और विनर, 1986) यह पता चला कि शिक्षार्थी अनुक्रमों की सीमाओं के बारे में बहुत समान आंतरिक धारणा रखते हैं। ग्राफिक्स कैलकुलेटर की आसान पहुंच और सस्तेपन के कारण औपचारिक शिक्षण संस्थानों में अध्ययनरत प्री- गणित और गणित के छात्र इस तकनीक का बड़े पैमाने पर उपयोग करते हैं, जिससे कक्षा शिक्षण पर इसका पर्याप्त प्रभाव पड़ता है। यह व्यापक रूप से दावा किया जाता है कि ग्राफिक कैलकुलेटर का उपयोग समस्या समाधान के लिए उन्नत वैचारिक दृष्टिकोण, ग्राफिक प्रतिनिधित्व और प्रतीकात्मक बीजगणित के बीच संबंध की परिष्कृत समझ और छात्रों के बीच तीक्ष्ण क्षमता के लिए जगह बनाता है।

गणितीय समस्याओं को हल करने में छात्रों की मदद करना (कोक और दावास्लीगिल, 2014)। छात्र अब इससे होने वाले सभी लाभों का लाभ उठाते हैं, पहले वे पारंपरिक और औपचारिक गणित की आवश्यकता के अनुसार प्रश्नों को हल करते थे (डेमाना, वेट्स और क्लेमेंस, 1993; गणित, 1989; डेवल्ड टाल और ब्लैकेट, 1986)। साहित्य से उभरने वाले मुद्दों के अनुरूप, और उपर्युक्त को ध्यान में रखते हुए, शोधकर्ता का लक्ष्य भारत में प्रारंभिक गणित सीखने और सिखाने की चुनौतियों और संभावनाओं की जांच करना है, साथ ही उस प्रक्रिया की भी जांच करना है जिसके माध्यम से भारत के शैक्षिक परिवेश में गणित सीखने वालों के बीच गणित अनुभूति होती है।

अनुसंधान समस्या

बीजगणित और ज्यामिति की कीमत पर वरिष्ठ माध्यमिक, प्रारंभिक कॉलेज और विश्वविद्यालय के छात्रों को गणित से परिचित कराना और उसके बाद उसे पढ़ाना, अपेक्षाकृत कम तैयार छात्रों को आधा-अधूरा गणित परोस रहा है। इस प्रस्ताव के अनुरूप, वर्तमान शोध का उद्देश्य यह पहचानना है :

- शिक्षार्थियों में गणित का ज्ञान कैसे होता है?
- उत्तर प्रदेश के शिक्षकों द्वारा कौन सी शिक्षण पद्धतियों का उपयोग किया जाता है?
- गणितीय शिक्षण में कौन सी शैक्षणिक तकनीकें सबसे अधिक कुशल हैं?
- गणित के पाठ्यक्रम को शुरू करने से पहले किन पूर्वपेक्षाओं की आवश्यकता होती है?
- क्या वरिष्ठ-माध्यमिक स्तर पर गणित की पृष्ठभूमि, गहन गणितीय कठोरता वाले विषयों का अध्ययन करने के लिए आगे बढ़ने में छात्रों की रुचि बढ़ाती है?

शोधपद्धति

अनुसंधान क्रियाविधि

फरवरी 2019 से अप्रैल 2024 के बीच किया गया यह अध्ययन अपने ढांचे में गुणात्मक है और पूरी तरह से व्याख्यावादी प्रतिमान के अंतर्गत आता है।

प्रतिभागियों

बताए गए उद्देश्यों के लिए, राज्य उत्तर प्रदेश में फैले 26 स्कूलों, 19 कॉलेजों और 7 विश्वविद्यालय विभागों से 6 वर्ष से अधिक गणित शिक्षण अनुभव वाले माध्यमिक विद्यालयों के शिक्षकों और सहायक/सहयोगी प्रोफेसरों से डेटा एकत्र किया गया था। इस बात का विशेष ध्यान रखा गया था कि अध्ययन के लिए चुने गए 52 शैक्षणिक संस्थान भौगोलिक रूप से एक दूसरे से अलग हों। ऐसा यह सुनिश्चित करने के लिए किया गया था कि नमूना राज्य उत्तर प्रदेश का सही प्रतिनिधित्व करता हो। इस अध्ययन में कुल 142 शिक्षकों ने भाग लिया। उन्हें शोध के लक्ष्यों और डिजाइन के बारे में बताया गया और उनके साक्षात्कारों की रिकॉर्डिंग के बारे में अनिवार्य रूप से अवगत कराया गया। उन्हें पूरी शोध प्रक्रिया के दौरान किसी भी स्तर पर खुद को शोध से अलग करने के अपने अधिकार के बारे में भी जागरूक किया गया। भाग लेने वाले संकाय सदस्यों में दोनों लिंगों का मिश्रण था और उनकी आयु 31 से 63 वर्ष के बीच थी।

संबद्ध संस्थानों की पहचान को रोकने के लिए, शिक्षकों को सलाह दी गई कि वे शैक्षणिक संस्थानों का विवरण गुमनाम रखें और ऐसी कोई भी सामग्री छिपाएं जिससे उनके माध्यमिक विद्यालयों / विश्वविद्यालयों की मान्यता पर असर पड़ सकता हो।

डेटा संग्रह उपकरण

इन नैतिक और पद्धतिगत चिंताओं पर ध्यान देने के बाद, अध्ययन के उद्देश्यों को शामिल करते हुए, पूर्व-निर्धारित कार्यक्रम के माध्यम से साक्षात्कार आयोजित किए गए। साक्षात्कार के अलावा, फोकस समूह इंटरैक्शन और अनौपचारिक चर्चाओं का उपयोग करके डेटा एकत्र किया गया था, जो ज्यादातर कक्षा सत्रों के बाद किए गए थे। शोधकर्ता हमेशा ऐसी बातचीत का एक अभिन्न अंग था, और ऐसी बैठकों से पहले, भाग लेने वाले संकायों को शोध का एजेंडा और मिशन समझाया गया था। यह भी पहले से ही स्पष्ट रूप से कहा गया था कि प्रत्येक प्रतिभागी की गुमनामी को बिना किसी चूक के बनाए रखा जाएगा। इस शोध को आयोजित करने के लिए स्थानीय आचार समिति से अनुमोदन प्राप्त किया गया था, और शिक्षकों के साथ-साथ उनके

नियोक्ता संस्थानों की पहचान को छिपाने के लिए, उन्हें छद्म नाम दिए गए थे।

इस पूर्व-आवश्यकता के साथ, संकाय सदस्यों से कहा गया कि वे जो कुछ भी बोलें, उसमें विवेक बनाए रखें और यथासंभव स्पष्ट, स्पष्ट और ईमानदार रहें। फोकस समूह साक्षात्कारों में गहन जांच वाले प्रश्न पूछे गए ताकि वे आसानी से बोल सकें और कोई भी तत्व अछूता न रहे। तालमेल स्थापित करने और उन्हें सहज महसूस कराने के लिए, उनकी रुचि को आकर्षित करने के लिए अनौपचारिक बातचीत की गई। ऐसे सत्रों में अर्ध-संरचित, खुले और कुशल जांच दृष्टिकोण का पालन किया गया, क्योंकि शोध उद्देश्यों से संबंधित कई जुड़े हुए आयाम थे। इसके कारण, अक्सर सूचना-विनिमय की अवधि 90 से 120 मिनट के बीच बढ़ जाती थी। साक्षात्कारों की ऑडियो-रिकॉर्डिंग की गई। साथ ही, अन्वेषक ने संकाय सदस्यों द्वारा अपनी कक्षा शिक्षण तकनीकों और अनुभवों को समझाने के लिए किए गए गणित से संबंधित स्क्रिबलिंग पर भी ध्यान दिया। इसके बाद सभी साक्षात्कार, फोकस समूह बातचीत और अनौपचारिक चर्चाओं को प्रतिलेखित किया गया। प्रतिलेखन के बाद, प्रतिभागियों के साथ फिर से संपर्क स्थापित किया गया और उनकी सहमति लेने के लिए उनके संबंधित प्रतिलेख साझा किए गए। आपत्ति या असहमति होने पर, उनकी अंतिम गवाही स्वीकार करने से पहले उपयुक्त संशोधन किए गए।

डेटा विश्लेषण

प्रत्येक साक्षात्कार/बैठक के लिए अलग-अलग विश्लेषण किए गए। कक्षा की स्थिति में उपयोग किए जाने वाले गणित शिक्षकों की निर्देशात्मक योजना, और पूरे उत्तर प्रदेश में गणित की प्रकृति और सीखने के बारे में अनुभूति और विश्वास प्रणालियों को प्रभावित करने वाले कारकों को समान परिस्थितियों के लिए उद्धृत और एक साथ रखा गया। वे विषय जो बार-बार उभर रहे थे और गूंज रहे थे, उन्हें अलग-अलग तरीके से अलग किया गया और अनुक्रमित किया गया। उभरती हुई सामग्री और कक्षा के प्रवचनों का विश्लेषण करने के लिए छटपटाव और बृद्धवतकंदबम सॉफ्टवेयर का उपयोग किया गया, जिसमें सादे शब्दों का उपयोग किया गया। गणना पद्धति।

संपूर्ण शोध कार्य, शुरुआत से लेकर पूरा होने तक, फरवरी 2019 से अप्रैल 2024 तक चला। व्याख्यात्मक प्रतिमान के भीतर अपने ढांचे के साथ, आयोजित अध्ययन पूरी तरह से गुणात्मक प्रकृति का था। उक्त शोध डिजाइन को जानबूझकर लागू किया गया था क्योंकि यह शोधकर्ता को गणित सीखने वालों के बीच गणित की अनुभूति को अधिक प्रेरक तरीके से समझने में मदद करता था। समानांतर रूप से, ग्राउंडेड थ्योरी दृष्टिकोण ने आगमनात्मक पद्धति और निरंतर तुलनात्मक पद्धति (बोगदान और बिकलेन, 2003) के साथ मिलकर अनुभवजन्य रूप से प्राप्त डेटा के विषयगत वर्गीकरण और लिखित शब्दशः साक्षात्कार के लिए सैद्धांतिक और व्याख्यात्मक सिद्धांतों के विकास में सहायता की। ग्राउंडेड थ्योरी दृष्टिकोण के रूब्रिक्स का पालन करते हुए लगातार और मजबूती से निकलने वाले विषयों की कोडिंग की गई, जिसने साक्षात्कारों से आने वाले शब्दशः डेटा का सीधे समर्थन किया। प्रारंभिक कोडिंग के बाद, प्रत्येक कारक के नीचे अंशों के डेटाबेस को फिर से पढ़ा गया ताकि अंशों के सुसंगत अनुप्रयोगों का पता लगाया जा सके और उसके बाद कारकों को व्यवस्थित रूप से तैयार किया गया। समान विषयों पर वैधता जाँच ने लेखकों के अनुभवजन्य खातों की तार्किकता की अनुमति दी, केंद्रीय विचारों के स्पष्टीकरण और चित्रण का परीक्षण किया। साथ ही, असामान्य चित्रण, मामलों और उदाहरणों पर ध्यान केंद्रित करने की भक्ति भी अत्यधिक विस्तार और सावधानी के साथ निष्पादित की गई।

साक्षात्कारों के विभिन्न संदर्भों को ध्यान में रखते हुए, अंतर-रेटर विश्वसनीयता स्कोर विकसित करना कम संभव था। इसे देखते हुए, विश्लेषण के प्रारंभिक चरणों के दौरान कई कोडों की पहचान की गई, लेकिन बाद में, केवल मजबूत असर दिखाने वाले (साक्षात्कार नमूनों के 50 प्रतिशत से अधिक के साथ मिश्रित) को समूहीकृत और विस्तारित किया गया। हालांकि, पूरक कोड और निर्माण, जो विश्लेषण में विशिष्ट रूप से योगदान करते हैं, को भी समायोजित किया गया। खंडों को चिह्नित करना और जोड़ना, उसके बाद अंतर-विषयगत तुलना और पुनर्व्यवस्था के परिणामस्वरूप अंतः वर्तमान शोध में ग्यारह व्यापक विषयों को अंतिम रूप दिया गया, जिससे शिक्षकों की गणित अनुभूति की शिक्षार्थियों की प्रक्रियाओं के बारे में समझ हासिल की जा सके। वे इस प्रकार थे –

- गणितीय शिक्षकों द्वारा अपने कक्षा अभ्यास में कार्यान्वयन के लिए क्या अनुदेशात्मक योजना विकसित की जाती है?
- छात्रों की गणित अनुभूति और विश्वास प्रणाली का गणित की प्रकृति पर क्या संभावित प्रभाव पड़ता है?
- जब गणित के छात्रों में चरों की अविकसित अवधारणा होती है, तो उन्हें किन कठिनाइयों का सामना करना पड़ता है?
- कई विषयों में पार करते समय गणित की चिंतन संबंधी कठिनाइयों क्या हैं?
- छात्र अक्सर गणित की समस्या को हल करते समय कई प्रकार की त्रुटियाँ करते हैं। प्राथमिक गणित के प्रभावी शिक्षण में शैक्षणिक सहायता के रूप में शिक्षकों द्वारा इन त्रुटियों का उपयोग कैसे किया जाता है?
- मिश्रित शिक्षण प्राथमिक गणित में उपयोग की जाने वाली प्राथमिक संरचनाओं की अनुभूति को बढ़ाने में कैसे मदद करता है और फिलिड कक्षाएँ कितनी प्रभावी हैं?
- गणित का महत्व और स्कूली छात्रों द्वारा इसे सीखने की आवश्यकता?
- गणित सीखने का दायरा क्या है?
- गणित पढ़ाने और सीखने के दौरान कौन से प्रमुख मुद्दे सामने आते हैं?
- उत्तर प्रदेश के शिक्षकों द्वारा गणित पढ़ाने में कौन सी प्रमुख पद्धतियाँ अपनाई जाती हैं?
- उत्तर प्रदेश में गणितीय शिक्षा की वर्तमान स्थिति क्या है?

शोध मान्यताएँ

यह कार्य प्रमुख शोध मान्यताओं पर आधारित है। औपचारिक प्रक्रियात्मक संचालन के संज्ञानात्मक अधिग्रहण का विकास वैचारिक सीखने का उत्पाद है। वायगोत्स्की ने तर्क दिया है कि उच्च क्रम कौशल और उन्नत अवधारणाओं की समझ का संज्ञानात्मक विकास कुछ ऐसा है जो जीवन में बहुत पहले ही विकसित होना शुरू हो जाता है। यह सीखने के लिए सही तरह के वातावरण का होना ही है। उन्नत गणित के सिद्धांतों और विचारों के बारे में शिक्षार्थी की वैचारिक अनुभूति से, प्रक्रियात्मक गणित में शिक्षार्थी के कौशल का विकास और समझ प्राप्त होती है। इस प्रकार यह निहित है कि गणित के सिद्धांतों के संबंध में छात्रों के बीच वैचारिक समझ का विकास तब शुरू होना चाहिए जब वे कक्षा 9 या कक्षा 10 में हों। अधिग्रहण अमूर्त से ठोस की ओर बढ़ता है, विशेष प्रक्रियाओं में जाने से पहले जटिल विचारों को समझना होता है, साथ ही गणित में एकल चर सिद्धांतों से संबंधित अवधारणाओं को छात्रों को बहु-चर गणित सीखने से पहले समझाया जाना चाहिए।

इस शोध में यह भी माना गया है कि संज्ञानात्मक-दृश्य अवधारणा में मॉडलिंग और प्रौद्योगिकी का उपयोग करना गणित के नियमों की प्रारंभिक अनुभूति में एक महत्वपूर्ण कार्य के रूप में

कार्य करेगा। जब कोई शिक्षार्थी अपनी कक्षा को कोई विशिष्ट विषय पढ़ाता है, तो वह इस तरीके से अधिक अच्छी तरह से सीखता है, बजाय इसके कि उसे इसे स्वयं सीखने के लिए कहा जाए। इस दृष्टिकोण को अक्सर शिक्षण के माध्यम से सीखने के रूप में संदर्भित किया जाता है। शिक्षक तैयारी में इसकी प्रमुख प्रासंगिकता है। अक्सर देखा जाता है कि प्री-सर्विस शिक्षकों के पास वास्तविक कक्षाओं में गणित पढ़ाने के लिए समय की कमी होती है, और यह विशेष रूप से पारंपरिक शिक्षक प्रशिक्षण कार्यक्रमों में दिखाई देता है। वास्तविक कक्षा शिक्षण के लिए उनका सीमित संपर्क उनके आत्मविश्वास को बाधित करता है और गणित और इसके शिक्षणशास्त्र की वैचारिक समझ में कम नैतिक स्तर को लागू करता है।

गणित के अध्ययन के बहुत कम क्षेत्रों में से एक है जिसे बहुत कम छात्र शिक्षकों ने पहले गहराई से सीखा है। छात्र शिक्षकों को अपने क्षेत्र-आधारित अनुभव के दौरान जो सीखने का अनुभव मिलता है, जिसमें उन्हें वास्तविक कक्षा सेटअप में अपनी शैक्षणिक तकनीकों को तुरंत लागू करने का अवसर मिलता है। (डेविड टाल, 1996) और (फेरिनी-मुंडी और लॉटन, 1993) के शोधों से पता चला है कि जब छात्र गणित के कोर्स में प्रवेश करते हैं, तो कार्यों और निरंतरता की अवधारणाओं का उनका ज्ञान आदिम और बहुत भोला होता है। (शेनप और नेमिरोव्स्की, 2001) ने अपने शोध में उल्लेख किया है कि मौलिक गणित विचारों की आधारभूत समझ विकसित करने के लिए, समन्वय और सहसंबंध करना अनिवार्य हैं, गणित में कार्यों की अवधारणा और उनके चित्रमय निरूपण और दुख की बात है कि यह देखा गया है कि छात्रों को ऐसा करने में संज्ञानात्मक कठिनाइयों का सामना करना पड़ता है।

विश्लेषणात्मक व्याख्या

विषय 1 : गणित का महत्व और दायरा तथा इसे पढ़ाए जाने के कारण गणित के प्रोफेसर (शिक्षक-59) से जब स्कूल के पाठ्यक्रम में गणित को शामिल किए जाने के बारे में पूछा गया, तो उन्होंने कहा कि –

"...स्कूली गणित पाठ्यक्रम की अवधारणाओं में गिरावट आई है और इसके परिणामस्वरूप लगभग सभी उभरते व्यवसायों में गणितीय रूप से सक्षम लोगों की आवश्यकता बढ़ गई है और इस प्रवृत्ति के परिणामस्वरूप वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालयों के गणित के पाठ्यक्रम में गणित को शामिल किया गया है। आज वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालयों में छात्रों को गणित पढ़ाया जाता है और बड़ी संख्या में गणित शिक्षकों ने इस विकास का समर्थन और वकालत की है..."

गणित प्रोफेसर, टीचर-79 के साथ साक्षात्कार में गणित को गणित की वह शाखा बताया गया जो ज्यामिति और बीजगणित में सीखी गई बातों से कहीं आगे जाती है और यह परिवर्तन का गणितीय अध्ययन है और परिणामस्वरूप अब कई कॉलेज और विश्वविद्यालय छात्रों को स्नातक या स्नातकोत्तर की डिग्री पूरी करने के लिए गणित में न केवल एक परिचयात्मक पाठ्यक्रम बल्कि एक उन्नत पाठ्यक्रम लेने की आवश्यकता रखते हैं, इंजीनियरिंग, अर्थशास्त्र, प्रौद्योगिकी, वास्तुकला और विज्ञान के क्षेत्रों में इसके व्यापक उपयोग को देखते हुए। उनका कहना है

"...गणितीय विज्ञान, प्राकृतिक विज्ञान और भौतिक विज्ञान सीखने के लिए गणित की सीमाओं, कार्यों और अन्य निर्माण खंडों में एक ठोस आधार की आवश्यकता होती है और परिणामस्वरूप इंजीनियरिंग और प्रबंधन की डिग्री हासिल करने के इच्छुक छात्रों के लिए यह एक शर्त है। साथ ही, गणित एक महत्वपूर्ण आधारभूत पाठ्यक्रम के रूप में उभरा है क्योंकि अर्थशास्त्र, परिचालन अनुसंधान, व्यवसाय विश्लेषण और लेखांकन के छात्र इन क्षेत्रों में प्रमुखता हासिल करने के लिए शिक्षा में आगे बढ़ते हैं..."

प्रतिभागियों (गणित शिक्षकों) ने इस बात पर भी जोर दिया कि छात्रों के लिए हमेशा ऐसा कोर्स करने की गुंजाइश होती है जो उनके आगे के शैक्षणिक लक्ष्य के लिए अधिक उपयुक्त हो, जैसे कि बिजनेस गणित या एप्लाइड गणित जो गणित की अमूर्तता को वास्तविक जीवन की परिस्थितियों जैसे कि ऋण ब्याज की माप, सीमांत राजस्व और व्यवसाय की स्थापना में होने वाली लागतों के अनुरूप बनाता है। शिक्षक-136 कहते हैं कि "समस्याओं को सुलझाने में अमूर्तता और व्यवसायों में नियोजित गणना की विभिन्न तकनीकों इन प्रमुखों से ली गई हैं, उदाहरण के लिए, सांख्यिकीविदों, एकाउंटेंट, अर्थशास्त्रियों और यहां तक कि व्यापार मालिकों से समस्याओं को कुशलतापूर्वक हल करने और इससे उत्पन्न होने वाले करियर से जुड़े आवश्यक परिवर्तनों के लिए आधारभूत पाठ्यक्रम के रूप में इंजीनियरिंग और प्रौद्योगिकी में वैमानिकी, रासायनिक, विद्युत, सिविल, ऑटोमोबाइल, मैकेनिकल और अन्य प्रकार के कार्यक्रमों में गणित की आवश्यकता होती है..."

प्रोफेसर, (शिक्षक-46), गणित सीखने के महत्व पर, राय और प्रतिपादन करते हैं कि ".....गणित की विधियों की अक्सर रोजमर्रा के उपयोग की वस्तुओं के लिए अवलोकन और डेटा दक्षता अधिकतमकरण के बीच संबंधों को परिभाषित करने और समझने में आवश्यकता होती है, उदाहरण के लिए, सड़कों और बांधों के निर्माण में और भौतिकी, जीव विज्ञान और रसायन विज्ञान में प्रमुख छात्रों के लिए और साथ ही चिकित्सा, दंत चिकित्सा या पशु चिकित्सा स्कूल में जाने की तैयारी करने वालों के लिए गणित का एक बुनियादी परिचय आवश्यक है। चिकित्सा, दंत चिकित्सा और पशु चिकित्सा कॉलेजों में प्रवेश परीक्षाओं जैसी सबसे कठिन प्रवेश परीक्षाओं के साथ-साथ इन व्यावसायिक स्कूलों का एक अभिन्न अंग होने वाले कोर्सवर्क के लिए मजबूत गणितीय कौशल की आवश्यकता होती है और इस तरह गणित की समझ और भी आवश्यक हो जाती है..."

विषय 2. उत्तर प्रदेश राज्य के शिक्षकों द्वारा गणित शिक्षण में प्रमुख पद्धतियाँ

प्रतिभागियों (गणित शिक्षकों) ने इस बात पर भी जोर दिया कि केवल योग की सीमा के रूप में एकीकरण को पेश करना कभी भी पर्याप्त नहीं होता है। प्रश्नगत अंतराल के विभाजन और उपअंतरालों से टैग या बिंदुओं के एक सेट से मिलकर बनी सभी जोड़ियों पर ली गई यह सीमा वैचारिक रूप से जटिल है। प्रोफेसर, शिक्षक-07, गणित निर्माण को समझने के महत्व के बारे में कहते हैं कि

"...यदि शिक्षक चाहते हैं कि छात्र एकीकरण को एक सीमा के रूप में समझें, तो उन्हें इन योगों के साथ ऐसे संदर्भों में काम करने का अनुभव होना चाहिए जो उन्हें इस परिभाषा के महत्व की सराहना करने के लिए प्रेरित करें, रीमैन योगों के साथ काम करने का मतलब यह नहीं है कि छात्रों को वर्गों के योग सूत्र का उपयोग करके परवलय के नीचे के क्षेत्र का मूल्यांकन करने के लिए मजबूर किया जाए..."

निश्चित समाकलन और रीमान योग तथा उसमें निहित संरचनाओं के बारे में छात्रों की जानकारी के लिए, मोटे तौर पर दो महत्वपूर्ण तर्क संगतताओं के लिए, शिक्षार्थियों का ध्यान आकर्षित करना आवश्यक है। सबसे पहले, हमारे दैनिक जीवन में कई व्यावहारिक अनुप्रयोगों के लिए उन कार्यों की आवश्यकता होती है, जिनमें कोई प्रति-व्युत्पन्न नहीं होता है, जिन्हें संभवतः मौलिक कार्यों के रूप में स्पष्ट किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, फंक्शन का $f(x)e^x$ प्रति-व्युत्पन्न, जिसे मौलिक फंक्शन के रूप में व्यक्त करना संभव नहीं है। परिणामस्वरूप, गणित के मूलभूत सिद्धांत का उपयोग नहीं किया जा सकता है, और निश्चित समाकलन को हल करने के लिए अन्य पद्धतियों, जैसे रीमान

योग की आवश्यकता होगी। यह हमें दूसरे तर्क की ओर ले जाता है, जिसमें कहा गया है कि शिक्षार्थियों को रीमान योग में निहित अवधारणाओं के बारे में गहन जानकारी रखने की आवश्यकता है। हालाँकि एक निश्चित समाकलन का अनुमान लगाने के लिए, रीमैन योग को सबसे प्रभावी पद्धति नहीं माना जा सकता है, फिर भी ट्रेपेज़ॉइड नियम, या उस मामले के लिए मध्यबिंदु नियम, या कई अन्य मामलों में सिम्पसन की विधि सहित विभिन्न विधियाँ रीमैन योग की संरचना पर एक मजबूत आधार रखती हैं। शिक्षक-36 गणित के शिक्षण के साथ अपने अनुभव को साझा करते हुए कहती हैं कि

"....एक आम धारणा है कि जिन छात्रों ने इस समस्या से जूझा है, वे इंटीग्रल गणित (थ्यू) के मूलभूत सिद्धांत को लागू करने की कम्प्यूटेशनल आसानी की सराहना करेंगे गणित के छात्रों को गणित की समस्या को कठिन तरीके से हल करने के लिए मजबूर किए जाने पर नाराजगी होने की अधिक संभावना है, जबकि पहले से ही एक बहुत आसान तरीका मौजूद है, और नाराजगी तब और बढ़ जाती है जब कई या अधिकांश छात्र कॉलेज में पहले से ही पर्याप्त एकीकरण देख चुके होते हैं और जानते हैं कि एक आसान तरीका भी है और गणित शिक्षकों के लिए छात्रों में रीमैन योगों की सीमाओं का मूल्यांकन करने की बौद्धिक आवश्यकता को देखने के लिए, शिक्षक छात्रों को संचय से जुड़ी अच्छी और अपरिचित समस्याओं का व्यापक अनुभव देते हैं, ऐसी समस्याएं जिनके लिए लगातार संचय करने वाली किसी चीज के सन्निकटन का निर्माण करने में विचार की आवश्यकता होती है और जिसके लिए सीमा का मूल्यांकन इंटीग्रल गणित के मूलभूत सिद्धांत के माध्यम से पूरा किया जा सकता है..."

हमें ऐसे कई शोध मिलते हैं जो गणित के उन विषयों पर जोर देते हैं जो इस प्रकार के निश्चित समाकल बनाने में मदद करते

हैं $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$ गणितीय अनुप्रयोग जिसमें गुणन, सीमाएँ, अनुक्रम और श्रृंखलाएँ, परिवर्तन की दरें और कार्य शामिल हैं, सभी निश्चित समाकल के व्यापक ढाँचे में समाहित हैं, और गणितीय अवधारणाओं के उपर्युक्त क्षेत्रों को समझने के लिए बहुत बड़ी संख्या में शोध समर्पित किए गए हैं। छात्रों, प्रोफेसर, शिक्षक-114 एनिमेशन के लिए एकीकरण को परिभाषित करने के बारे में

"....ये समस्याएँ कक्षा में छात्रों की जरूरतों के हिसाब से बनाई जाती हैं ताकि वे चुनौतीपूर्ण हों लेकिन भारी न हों, और शिक्षकों द्वारा एकीकरण को योग की सीमा के रूप में परिभाषित करने के प्रयासों के बावजूद, अधिकांश छात्रों के लिए एकीकरण की कार्यशील परिभाषा विभेदीकरण विरोधी बनी हुई है यह प्रवृत्ति इस तथ्य से और भी बढ़ जाती है कि कॉलेज के गणित कोर्स में अधिकांश छात्र विभेदीकरण विरोधी परिभाषा के साथ आते हैं जो गणित के साथ उनके हाई स्कूल के अनुभव से गहराई से जुड़ी हुई है..."

अपने ज्ञान के मूल्यांकन के बारे में छात्रों की धारणा के संबंध में, एक प्रोफेसर, टीचर-91, कहते हैं "....यहां तक कि वे छात्र जो गणित के संबंध में 'टैबुला रासा' के रूप में आते हैं, वे अपने साथियों और अपने अनुभव से जल्दी ही सीख जाते हैं कि शिक्षक उनके एकीकरण के ज्ञान का आकलन कैसे करते हैं, जिससे यह विश्वास होता है कि एकीकरण को विभेदन-विरोधी के रूप में सोचना सबसे कुशल है और इस वजह से, इस प्रमेय को प्रस्तुत करते समय, शिक्षक छात्रों को याद दिलाते हैं कि निश्चित समाकलन रीमैन योगों की सीमा का संक्षिप्त रूप है...यह बताता है कि समीकरण

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$$

$< x < b$ के लिए, यह बताता है कि शिक्षक इस सीमा का उपयोग किसी भी फंक्शन के लिए एंटी-व्युत्पन्न लाने के लिए कर सकते हैं जो निरंतर है, और इस बात पर जोर देता है कि समीकरण $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$ यह बताता है कि, जब एक एंटी-व्युत्पन्न ज्ञात होता है, तो सीमा को उस एंटी-व्युत्पन्न के संदर्भ में आसानी से गणना की जा सकती है...।”

गणितज्ञों और गणित शिक्षकों के समुदाय ने पहले ही शिक्षार्थियों और शिक्षकों के बीच विश्वासों की प्रणालियों की धारणा को रेखांकित किया है, जिसके अनुसार एक विश्वास प्रणाली शैक्षणिक संलग्नताओं की गारंटी देती है और मूल्य जोड़ती है। व्यावहारिक तर्कसंगतता उस विश्वास प्रणाली के अनुरूप है जहाँ दोनों क्रियाओं को नियमित करने वाले कारण को स्पष्ट करने का प्रयास करें। व्यावहारिक तर्कसंगतता और प्रवृत्तियों का उपयोग किसी भी तरह से इसे विश्वास प्रणालियों के बराबर कहने का विकल्प नहीं है। विश्वासों को आम तौर पर लोगों के लिए जिम्मेदार ठहराया जाता है। वैकल्पिक रूप से, व्यावहारिक तर्कसंगतता को उन नियमों और विनियमों के अनुसार प्रतिबंधित रूप में विचार के लिए प्रस्तुत किया जाता है जो निश्चित संदर्भों के होते हैं और उन लोगों के लिए परिस्थितियों में समतुल्य होते हैं जो ऐसी भूमिका निभाते हैं जो करीबी समानताओं द्वारा चिह्नित होती हैं। व्यावहारिक तर्कसंगतता चीजों की एक अद्वितीय सामान्य स्थिति में कुछ विशिष्ट जुड़ावों के लिए स्पष्ट अनुमोदन की एक संयुक्त रूप से संकुचित व्यवस्था को प्रदर्शित करती है। गैर-प्रतिनिधित्वात्मक रूप से, व्यावहारिक तर्कसंगतता प्रवृत्तियों की व्यवस्था है जो किसी निश्चित स्थिति में हितधारकों को इस बात का प्रबंधन करने की अनुमति देती है कि उन्हें मौजूदा मानक मानदंड के अनुरूप होना चाहिए या नहीं। सह-भिन्न संबंधों के विवरण के रूप में कार्यों पर जोर देते हुए, प्रोफेसर, शिक्षक-142, पुनर्कथन

“.....गणित शिक्षक इस प्रमेय के नाम में विशेषण ‘इंटीग्रल’ को फिर से शामिल करते हैं, इस तथ्य पर जोर देते हुए कि यह एकीकरण की दोहरी प्रकृति के बारे में बताता है, जिसे या तो योग की सीमा के रूप में या प्रति-विभेदन के रूप में देखा जा सकता है गणित सीखने पर, सबसे पहला कदम कार्यों को सह-भिन्न संबंधों के विवरण के रूप में समझना है....”

विश्वास की प्रणालियों को आमतौर पर वास्तविक शिक्षाप्रद घटना से पहले माना जाता है, और शिक्षण की कला के कई दशकों के अभ्यास से बंधा हुआ है। छात्र की विश्वास प्रणाली के बारे में बात करते हुए, शिक्षक-117, एनिमैडवर्त्स

“.....अधिकांश छात्र फंक्शन को स्थिर ऑब्जेक्ट के रूप में सोचते हैं, या तो बीजीय अभिव्यक्तियाँ – थॉम्पसन के शब्दों में, बाई ओर एक छोटी अभिव्यक्ति के रूप में जिसे एक समान चिह्न द्वारा अलग किया जाता है और उसके बाद दाईं ओर एक लंबी अभिव्यक्ति होती है – या ज्यामितीय ऑब्जेक्ट के रूप में जो फंक्शन का ग्राफ होता है... शिक्षक छात्रों से शब्द के गतिशील दृश्य को समझने की अपेक्षा करते हैं, भले ही वे फंक्शन को सह-परिवर्तनशील मात्राओं के बीच एक गतिशील संबंध का वर्णन करने के रूप में देखने में असमर्थ हों....”

क्योंकि जांच के सामान्य स्वामित्व का प्राथमिक कार्य स्वयं के संज्ञानात्मक, व्यवहारिक और प्रेरक नियमितीकरण के स्तरों को बढ़ाना है, इसलिए शिक्षक का प्राथमिक लक्ष्य शिक्षा प्रणाली में अपनी समझ का प्रसार करना है, भविष्य की सफलता की संभावना जो उपदेशात्मक क्षमता की पारंपरिक अभिव्यक्ति का प्रतिकार करने की ओर झुकती है। इसी तरह, द्वितीयक उद्देश्य विद्यार्थियों को संज्ञानात्मक परियोजनाओं में शामिल करना और उन्हें संज्ञानात्मक कार्यों के लिए स्वामित्व की भावना को विभाजित करने के अवसर प्रदान करना है, यह मानते हुए कि स्वामित्व की भावना उपलब्धि के लिए एक आवश्यक शर्त है या

यहां तक कि उपदेशात्मक प्रणाली की कठिनाइयों या तनाव का सामना करने की शक्ति भी है। पारंपरिक प्रथाओं के बारे में चर्चा करते हुए, प्रोफेसर, शिक्षक-68, घोषणा करते हैं कि

“.....सह-भिन्नता को समझना शब्द की ओर पहला कदम है अगला आता है, संचय...शिक्षकों को अपने छात्रों से मेटॉनियन नियम की अपनी व्याख्याएँ तैयार करने की अपेक्षा करना अच्छा होगा...अगला चरण गणित है शिक्षकों को जो करना है, वह है संचयन कार्य की दर में परिवर्तन पर विचार करना... अब परिवर्तन की वह दर, एक कठिन अवधारणा है, इसे एक संचायक के साथ संयोजित करना इसे और भी कठिन बना देता है... लेकिन एक बार जब इन सभी टुकड़ों को जगह दी जाती है और समझा जाता है, तो एफटीआईसी वस्तुतः स्वयं-स्पष्ट है...।”

विषय 3. उत्तर प्रदेश राज्य में गणित शिक्षा की वर्तमान स्थिति

इस शोध के परिणाम विश्वास के लिए आधार प्रदान करते हैं, यह दर्शाते हुए कि शिक्षक खुद को प्रस्तावों में शामिल करते हैं, जो शिक्षार्थियों की उपलब्धि में स्पष्ट परिणाम लाते हैं, जो एक आश्चर्य विकल्प है जिसे हम इन-सर्विस शिक्षकों की सामग्री और शिक्षाप्रद समझ को बढ़ाना चाहते हैं। प्रोफेसर, शिक्षक-62, जब गणित कोर्स में छात्रों के खराब प्रदर्शन के बारे में पूछा गया, तो उन्होंने कहा

“उत्तर प्रदेश राज्य के कॉलेजों और विश्वविद्यालयों में गणित के छात्र गणित में अच्छा प्रदर्शन करने में असफल हो जाते हैं, इसलिए नहीं कि उन्हें इसे सीखना कठिन लगता है या इसकी जटिलता के कारण उनमें क्षमता की कमी होती है, बल्कि इसलिए कि उनमें ग्री गणित के कौशल और बुनियादी बातों की कमी होती है, जिसमें त्रिकोणमिति, बीजगणित, लघुगणक और घातांक पर कुशलता, ज्ञान और पकड़ की कमी और सह-परिवर्तनशील मात्राओं को जोड़ने में कार्यों की भूमिका की समझ शामिल है, जो गणित सीखने के लिए आवश्यक तत्व हैं और परिणामस्वरूप गणित सीखने के लिए छात्रों की तत्परता को मापने के लिए विश्वसनीय मूल्यांकन उपकरणों की आवश्यकता होती है और जो इसे छोड़ना चाहते हैं, उनके लिए गणित का एक मजबूत विकल्प होना चाहिए...”

गणित सीखने की पूर्व-आवश्यकता और गणित पाठ्यक्रम में सुधार की संभावित आवश्यकता के बारे में बात करते हुए, प्रोफेसर, टीचर-140, बताते हैं

“.....बीजगणितीय और ज्यामितीय सोच कौशल यह निर्धारित करने के लिए बेहतर पैरामीटर हैं कि शिक्षार्थी कॉलेज स्तर के गणित के लिए तैयार हैं या नहीं और जो लोग एकीकरण, विभेदन और अंतर समीकरणों को हल करने की तकनीकों को “याद” करते हैं, वे स्पष्ट रूप से उन्नत कलन सीखने के लिए तैयार नहीं हैं.... स्कूल में गणित का अध्ययन करने वाले छात्रों को कॉलेज में गणित का अध्ययन करने के लिए प्रवेश करने पर बाकी लोगों की तुलना में कोई अतिरिक्त लाभ नहीं होता है और आमतौर पर पूर्व श्रेणी के छात्र उन्नत गणित से निपटने की अपनी क्षमता के बारे में अतिरिक्त भावना के साथ कॉलेज गणित पाठ्यक्रम में शामिल होते हैं और परिणामस्वरूप यह पाठ्यक्रम डेवलपर्स और शैक्षिक नीति निर्माताओं पर निर्भर करता है कि वे माध्यमिक विद्यालय के पाठ्यक्रम में गणित की सर्वव्यापकता को स्वीकार करने के लिए गणित पाठ्यक्रम को नया रूप दें और तदनुसार वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में पूरी तरह से परिचयात्मक गणित का अनुभव कर चुके विद्यार्थियों की उपयुक्तता के लिए कॉलेज गणित पाठ्यक्रम को आकार दें, और गणित के लिए बेहतर विकल्प पेश करें....”

समकालीन गणित पाठ्यक्रम की प्रासंगिकता/अप्रचलन के बारे में, गणित पाठ्यक्रम लेने वाले सहस्राब्दी बच्चों की बढ़ती संख्या को ध्यान में रखते हुए, शिक्षक-69, जोर देते हैं

"...कॉलेजों के लिए यह बहाना बनाना अस्वीकार्य है कि गणित को उसी तरह पढ़ाना ठीक है जैसे 2000 के दशक या 21वीं सदी के पहले दशक में पढ़ाया जाता था। अभी के लिए यह पहचानना महत्वपूर्ण है कि तकनीक—प्रेमी मिलेनियल बच्चे जो आज कॉलेज में प्रवेश करते हैं, वे पहले से ही नवीनतम, सबसे उन्नत और मानक से परिचित हैं। गणित के प्रभावी शिक्षण में उपयोग की जाने वाली तकनीकें और प्रक्रियाएं और वे गणित पाठ्यक्रम की प्रकृति के बारे में मजबूत पूर्वधारणा से लैस होते हैं जिसे उन्होंने सीखने के लिए चुना है और पाठ्यक्रम में सफल होने के लिए क्या-क्या आवश्यक है... इसके विपरीत... साथ ही... छात्र गणित के वैचारिक विकास को नजरअंदाज करने के लिए तैयार रहते हैं और वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय के छात्रों में जो तेजी दिखाई देती है वह इस तथ्य का संकेत है कि कई लोग कमजोर गणितीय आधार के साथ कॉलेज गणित में प्रवेश करते हैं और स्कूल में पहले से पढ़ी गई सामग्री को फिर से पढ़ते हैं जो किसी भी तरह से कक्षा में छात्रों की प्रभावी भागीदारी और गणित सीखने की उनकी इच्छा को बढ़ाने में कारगर नहीं है... गणित के शिक्षण और शिक्षण की प्रभावशीलता पर छात्रों और शिक्षकों की विश्वास प्रणालियों के प्रभाव और शिक्षण योजना पर गणित शिक्षकों द्वारा कम जानकारी साझा की गई है। हालाँकि, प्रोफेसर, टीचर—141, व्यक्त करते हैं

"...एक गणित शिक्षक अपने कक्षा अभ्यास में अधिनियमन के लिए जिस अनुदेशात्मक योजना का उपयोग करता है और जो संभावित रूप से उसके छात्रों के गणित ज्ञान और गणित की प्रकृति के बारे में विश्वास प्रणालियों को प्रभावित करता है, उसे बहुत अच्छी तरह से समझा जा सकता है क्योंकि शिक्षक की विश्वास प्रणाली जो गणित के शिक्षण और सीखने के साथ उसके अनुभव में अंतर्निहित है, और यह कि...व्यक्तिगत गणित शिक्षकों की विश्वास प्रणाली बहुत विरोधाभासी हो सकती है, विभिन्न गणित शिक्षकों या एक गणित शिक्षक द्वारा गणित के विभिन्न आयामों को पढ़ाने पर विचार करते हुए...और अपने लंबे करियर में मैंने देखा है कि जब गणित को माध्यमिक विद्यालय के गणित कार्यक्रम में पेश किया जाता है तो अन्य पाठ्यक्रमों की गुणवत्ता बढ़ जाती है...शिक्षक इससे प्रेरित होते हैं और इसलिए अन्य पाठ्यक्रमों में छात्र भी...जिससे गणित शिक्षक अपने अन्य पाठ्यक्रमों में भी बेहतर काम करते हैं..."

गणित सीखने में चर महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं। उदाहरण के लिए, जैसा कि 1908 में फेलिक्स क्लेन ने समझाया था कि कोई यह कह सकता है कि वास्तविक गणित अक्षरों के साथ संचालन से शुरू होता है और अल्फ्रेड टार्स्की ने 1941 में लिखा था कि "चरों का आविष्कार गणित के इतिहास में एक महत्वपूर्ण मोड़ है"। गणित सीखने वालों के बीच चर की अवधारणा के बारे में पूछे जाने पर, प्रोफेसर, टीचर—99, मौखिक रूप से कहते हैं

"... गणित के छात्रों की अधिकांश कठिनाइयाँ चरों की अविकसित अवधारणा में निहित हैं और विशेष रूप से उस स्थिति में जब छात्र चरों को किसी प्रकार के प्रतीक के रूप में मानते हैं जिन्हें हेरफेर किया जाना है, न कि जब उन्हें राशियों के बीच संबंध बनाने होते हैं..."

हालाँकि, शिक्षक—39, व्यक्त करता है

"...ऐसे छात्र हैं जो आत्मविश्वास के साथ परिभाषित चरों का उपयोग करने में सक्षम हैं लेकिन जब अपने स्वयं के चरों की पहचान करने और परिभाषित करने की बात आती है तो वे ऐसा नहीं कर सकते, ऐसे छात्र अनिवार्य रूप से एक चर के दूसरे चर के साथ संबंध की प्रक्रिया को प्रदर्शित करने के लिए प्रतीकों का उपयोग कर रहे हैं और ये छात्र अभी भी चर की अपनी अवधारणा को विकसित करने के संक्षेपण चरण में हैं..."

बीजीय प्रतीक अपने आप में खड़े नहीं होते। गणितज्ञ बीजीय प्रतीकों में जो देखते हैं वह उन प्रश्नों की आवश्यकताओं पर निर्भर करता है कि गणितज्ञ क्या समझने में सक्षम है और क्या

देखने के लिए तैयार है। शिक्षार्थियों द्वारा अंकगणितीय अभिव्यक्तियों के हेरफेर और मॉडलिंग के संबंध में, प्रोफेसर, शिक्षक—137, ने कहा कि :

".....जटिल समस्याओं को हल करने के लिए चर बनाने वाले छात्रों ने चरों को वास्तविक रूप दिया है और वास्तविकीकरण केवल परिचालन मोड में चरों का उपयोग करने के व्यापक सफल अनुभव के बाद ही हो सकता है और अंकगणितीय अभिव्यक्तियों में हेरफेर और मॉडलिंग करने में जिस मात्रा में अनुभव की आवश्यकता होती है, उसी मात्रा में बीजीय अभिव्यक्तियों के वास्तविकीकरण से पहले भी अनुभव की आवश्यकता होती है और गणित के छात्रों को चरों की अवधारणा पर परिपक्वता हासिल करने के लिए संबंधों में हेरफेर करने के लिए बीजगणित के उपयोग पर खर्च करने के लिए काफी समय की आवश्यकता होती है..."

रटकर सीखने पर ध्यान इस धारणा के साथ सुसंगत है कि सीखना ज्ञान प्राप्ति के लिए है जिसमें शिक्षार्थी अपने मस्तिष्क में नए अनुभवों को समझने का प्रयास करते हैं (मेयर, 1999)। 'सार्थक सीखना' शैक्षिक निर्देश का एक महत्वपूर्ण दीर्घकालिक लक्ष्य माना जाता है। यह शिक्षण को 'तथ्यात्मक ज्ञान' के केवल सादे परिचय से आगे जाने की आज्ञा देता है और यह कि मूल्यांकन शिक्षार्थियों से 'तथ्यात्मक ज्ञान' को स्पष्ट रूप से पुनः प्राप्त करने या समझने से अधिक की मांग करता है (ब्रैन्सफोर्ड, ब्राउन, और कॉकिंग, 1999; लैम्बर्ट और मैककॉम्ब्स, 1998)। गणित में सूत्रों की रटकर सीखने के बारे में बात करते हुए, प्रोफेसर, टीचर—131, का कहना है कि —

"...छात्रों की गणित अनुभूति को अंतर्निहित अवधारणाओं का वर्णन और व्याख्या करने की उनकी क्षमता की जांच करके जाना जा सकता है, कि वे उन्हें विशिष्ट संदर्भों में कैसे लागू करते हैं, और वे इसे अपने सीखने पर कैसे प्रतिबिंबित करते हैं; और इसके विपरीत कई गणित छात्र जो तर्क और गणित में उत्कृष्ट रूप से प्रतिभाशाली हैं और फिर भी वे सूत्रों को याद करने पर भरोसा करते हैं और अक्सर उन्हें रटने के तरीके से लागू करते हैं..."।

जब प्रोफेसरों से विभिन्न विषयों में अध्ययन के दौरान गणित के बारे में पूछा गया तो प्रोफेसर, टीचर—19, ने इस बात पर जोर दिया कि

"जब शिक्षक बेहतर समझ के लिए अपने छात्रों के लिए ऐसी अवधारणाओं के बीच संबंध बनाते हैं जो विभिन्न विषयों में फैली हुई हैं, जैसे कि गणित और भौतिकी में गति जैसी अवधारणाओं के बीच, तो इससे छात्रों को गणित के शब्दार्थ के साथ-साथ इसके प्रक्रियात्मक ज्ञान की बेहतर समझ विकसित करने में मदद मिलती है और इसके कारण छात्र विभिन्न स्तरों पर परिष्कार की समझ विकसित करते हैं जो परिणामस्वरूप उनके गणित सीखने की व्याख्या, अनुप्रयोग और आत्म-मूल्यांकन की क्षमता को गहरा और व्यापक बनाने में मदद करती है। इस तरह के अंतःविषय गणित शिक्षण में समय लगता है जिसके लिए शिक्षकों और गणित के छात्रों दोनों से प्रतिबद्धता, धैर्य और लचीलेपन की आवश्यकता होती है।"

प्रभावी गणित शिक्षण में शैक्षणिक उपकरण के रूप में त्रुटियों पर, प्रोफेसरों द्वारा बहुत कुछ नहीं कहा गया था, लेकिन केवल एक प्रोफेसर, टीचर—117 द्वारा स्पष्ट किया गया था, जो कहते हैं कि "....गणित सीखने की प्रक्रिया में, छात्रों को अक्सर कई प्रकार की त्रुटियों का सामना करना पड़ता है और गणित के शिक्षण के लिए उपयोग किए जाने वाले पारंपरिक तरीके उत्कृष्ट छात्रों को तैयार करने के लिए पर्याप्त नहीं हैं जो गणित को रचनात्मक रूप से लागू कर सकें और केवल गणित में अतिरिक्त तथ्यात्मक ज्ञान के संचय से गणित सीखने वालों की गैर-नियमित समस्या-समाधान क्षमता में सुधार होने की संभावना नहीं है....।"

जब प्रोफेसर, टीचर-98 से गणित शिक्षण में मिश्रित शिक्षा के उपयोग और शिक्षण में फ़िलिप क्लासरूम के उपयोग के बारे में पूछा गया, तो उन्होंने कहा:

बीजगणितीय कौशल और दीर्घकालिक दृढ़ता और प्रतिस्पर्धात्मकता का संयोजन स्कूल गणित परीक्षाओं में उपलब्धि की भविष्यवाणी में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है और मिश्रित शिक्षण और फ़िलिप कक्षाएं प्राथमिक गणित में उपयोग की जाने वाली प्रमुख अवधारणाओं की समझ को बढ़ाने में मदद करती हैं। उनके विचार 'फ़िलिप क्लासरूम' की प्रभावशीलता से संबंधित किए गए अन्य शोधों से सहमत हैं, जैसे कि (रुडिक, 2012) (हेरिड और शिलर, 2013); (ब्रुनसेल और होरेजसी, 2013); (हेरिड और शिलर, 2013) और (के और क्लेट्सकिन, 2012)।

फ़िलिप क्लासरूम, प्रोफेसर, शिक्षक-83 के बारे में बताएं गणित के छात्र गणित की पाठ्यपुस्तकों से पढ़ने के बजाय फ़िलिप क्लासरूम वीडियो देखना पसंद करते हैं, जिससे पता चलता है कि फ़िलिप क्लासरूम मॉडल गणित सीखने में छात्रों की उपलब्धि को बढ़ाता है, जिससे छात्रों की उपलब्धि बढ़ती है, तैयारी बेहतर होती है और आज के तकनीक प्रेमी शिक्षार्थियों में चिंता कम होती है..."

उनके अनुभव विभिन्न अनुशासनात्मक डोमेन में पहले के शोधों के निष्कर्षों के अनुरूप हैं, जैसे कि (फ़्लूटन, 2012), (हेरिड और शिलर, 2013), (ब्रुनसेल और होरेजसी, 2013), (रुडिक, 2012), और (हेरिड और शिलर, 2013)। फ़िलिप कक्षा के माहौल में शिक्षार्थियों की प्रभावशीलता और तैयारी की आदतों के बारे में, प्रोफेसर, टीचर-03, बताते हैं कि

"...फ़िलिप क्लासरूम" के मॉडल के कई विविध लाभ हैं, जिसमें गणित पर कक्षा में भाग लेने से पहले छात्र की बदली हुई तैयारी की आदतें शामिल हैं, गणित के शिक्षार्थियों के बीच वैचारिक समझ के स्तर में सुधार देखा जाता है, और गणित व्याख्यान दिए जाने के समय बढ़ी हुई प्रभावकारिता छात्रों और गणित के शिक्षकों दोनों में देखी जाती है..."

यह देखा गया है कि उनके अनुभव पहले के शोधों के परिणामों के अनुरूप हैं, अर्थात् (के और क्लेट्सकिन, 2012), (हेरिड और शिलर, 2013), और (ज़प्पे, लेइच, मेसनर, लिट्जिंगर, और ली, 2009)। प्रोफेसर, शिक्षक-105, फ़िलिप क्लासरूम मॉडल में वीडियो की भूमिका के बारे में बात करते हुए बताते हैं कि –

"...गणित सीखने वाले अपनी पसंद का शैक्षिक मॉड्यूल पाने के लिए बहुत उत्सुक हैं, जिसमें अध्ययन और समझने के लिए वीडियो हैं, बजाय एक गणित पाठ्यक्रम के, जिसमें कक्षाओं को फ़िलिप करने वाले मॉडल के तहत कोई वीडियो नहीं है.... शिक्षार्थियों में इस तरह के व्यवहार को इस अवलोकन से उत्पन्न माना जाता है कि फ़िलिप किए गए कक्षाओं में विद्यार्थियों को कक्षा की तैयारी के लिए एक सुविधाजनक तरीका चुनने में अधिक स्वतंत्रता और लचीलापन मिलता है, और इस मॉडल में वे छूट जाने पर चिंतित नहीं होते हैं।

कक्षा से बाहर या तब भी जब उन्हें पाठ्यक्रम सामग्री को समझने में कठिनाई होती है, क्योंकि अब उन्हें अपने खाली समय में वीडियो सामग्री देखने की पूरी स्वतंत्रता है और कक्षा बैठकों के दौरान अपने शिक्षकों या साथियों से आमने-सामने सवाल पूछने की स्वतंत्रता है।

(ज़प्पे एट अल., 2009) और (ब्रुनसेल और होरेजसी, 2013) ने अपने-अपने शोध में इसी तरह के अवलोकन पाए हैं। शिक्षार्थियों के मूल्यांकन और आकलन के बारे में पूछे जाने पर, प्रोफेसर, टीचर 139, कहते हैं कि:

"...गणित कोर्स के लिए छात्रों के ग्रेड निर्धारित करने के लिए विभिन्न स्कूल शिक्षकों द्वारा उपयोग किए जाने वाले मानदंडों के संबंध में, शिक्षक ग्रेडिंग प्रथाओं की जांच में पद्धतिगत मुद्दों पर ध्यान केंद्रित करते हुए, इस तरह की जांच के महत्व पर, और विसंगतियों को कम करने के लिए उठाए जा सकने वाले कदमों

पर, सामग्री पर जोर देने में पर्याप्त अंतर हैं, साथ ही सामग्री कवरेज और परीक्षण पर जोर देने के बीच मिलान में भी अंतर है...।

विषय 4. गणित के शिक्षण और सीखने में प्रमुख मुद्दे

इस बात की बहुत अधिक संभावना है कि गणित सीखना माध्यमिक विद्यालय के छात्रों का लक्ष्य ही न हो, खासकर उन छात्रों के लिए जिनकी गणित को आगे पढ़ने की कोई योजना नहीं है। जब इस बारे में पूछा गया, तो गणित शिक्षकों के साथ साक्षात्कार से निम्नलिखित प्रश्न उभरे, जो वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय स्तर से कॉलेज स्तर के गणित में संक्रमण के दौरान गणित सीखने के महत्व पर प्रकाश डालने का प्रयास करते हैं।

गणित शिक्षकों के साथ साक्षात्कार से उभरे प्रश्न क्रम प्रश्न

1. वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में गणित कौन लेता है?
2. उन्हें इसे लेने के लिए क्या प्रेरित करता है?
3. गणित कोर्स करने पर किसी को क्या परिणाम की उम्मीद करनी चाहिए?
4. गणित कोर्स करने के अल्पकालिक और दीर्घकालिक परिणाम क्या होंगे?
5. वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में किस छात्र समूह से गणित लेने की उम्मीद की जाती है?
6. यह सुनिश्चित करने के लिए क्या उपाय किए जाने चाहिए कि गणित कोर्स करने वाले सभी छात्रों को गुणवत्तापूर्ण गणित शिक्षा मिले?
7. क्या वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में गणित सभी या कम से कम अधिकांश छात्रों के लिए उपलब्ध होना चाहिए?
8. क्या किसी छात्र द्वारा गणित कोर्स पूरा करना बौद्धिक उपलब्धि का संकेत है?
9. क्या गणित कोर्स में उपलब्धि किसी की बौद्धिक क्षमता को आंकने का एक पैमाना है?
10. क्या छात्र की सामान्य शैक्षणिक उपलब्धि और छात्र की गणित उपलब्धि के बीच सकारात्मक सहसंबंध सभी छात्रों को वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में गणित पाठ्यक्रम लेने के लिए निर्देशित करने के लिए पर्याप्त तर्क है?
11. किसी के वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय की प्रतिलिपि में गणित लिखा होना किस हद तक उच्च अध्ययन के लिए अच्छे कॉलेज में प्रवेश पाने की संभावनाओं को बढ़ाता है?
12. क्या वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में गणित का अध्ययन करने से छात्रों की गहन गणितीय कठोरता वाले विषयों का अध्ययन करने में रुचि बढ़ती है?
13. यह कैसे पता चलेगा कि कोई छात्र वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय गणित को शामिल करने वाले अनुक्रम में शैक्षणिक त्वरण के लिए तैयार है?
14. छात्रों को उनके शैक्षणिक त्वरण के लिए तैयार करने के लिए क्या किया जाना चाहिए?
15. क्या नीति-निर्माताओं के पास कोई तंत्र या कोई विशिष्ट नीति या अभ्यास है जो अनुचित त्वरण की जाँच करने में मदद कर सकता है?
16. पाठ्यक्रम निर्माता वैकल्पिक मार्ग कैसे बना सकते हैं जो विद्यार्थियों को गणितीय रूप से कठोर माध्यमिक शिक्षा के बाद के अध्ययन की संभावनाओं को नुकसान पहुँचाए बिना वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय में वापस जाने में सक्षम बना सकें?
17. यह सुनिश्चित करने के लिए क्या किया जा सकता है कि गणित को शामिल करने वाला एक वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय पाठ्यक्रम छात्रों को गणित की प्रकृति के बारे में व्यापक समझ प्रदान करता है जो छात्रों के गणितीकरण के

लिए पर्याप्त है और साथ ही छात्रों को उन्नत गणित के सभी मानक उपकरणों का उपयोग करने में सक्षम बनाता है?

18. वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय के गणित से कॉलेज के गणित पाठ्यक्रम में संक्रमण में छात्रों को किन बाधाओं का सामना करना पड़ता है?

निष्कर्ष और सुझाव

गणित शिक्षकों के पास गणित सीखने और सिखाने से संबंधित समस्याओं को संभालने के कई तरीके हैं; एक तरीका केवल ध्यान केंद्रित करने वाला मॉडलिंग दृष्टिकोण अपनाना हो सकता है अंतर समीकरणों पर या इसे विश्लेषण में एक परिचयात्मक पाठ्यक्रम बनाकर या यहां तक कि छात्रों को रैखिक बीजगणित या असतत गणित जैसे गैर-गणित पाठ्यक्रम से शुरू करके। दूसरा तरीका कॉलेजों में गणित का अध्ययन करने के लिए कठोर प्रवेश आवश्यकताओं की शुरुआत हो सकती है, जो पूरी तरह से चर की उनकी समझ पर आधारित हो, या कॉलेज या विश्वविद्यालय में गणित के प्रभावी ज्ञान के लिए एक उपयुक्त 1-महीने का प्री गणित कोर्स बूस्टर प्रदान करके। संभावित गणित शिक्षकों के लिए अधिक ग्रीष्मकालीन संस्थान, शैक्षणिक वर्ष संस्थान और इन-सर्विस प्रशिक्षण पाठ्यक्रम नियोजित किए जाने चाहिए। गणित शिक्षकों का अपने शिक्षार्थियों की त्रुटियों के प्रति सकारात्मक दृष्टिकोण होना चाहिए, और शिक्षार्थियों की त्रुटियों को अपने शिक्षण पद्धतियों को अनुकूलित और सही करने के लिए एक उपकरण के रूप में समझना चाहिए; इसके अलावा, शिक्षकों को अपने शिक्षार्थियों को यह भी दिखाना होगा कि गलतियों को कैसे रोका जाए और कैसे रोका जाए, और उनकी गलतियों को कॉलेजों और स्कूलों में गणित शिक्षण की पर्याप्तता को सुधारने के लिए शिक्षाप्रद मूल्यांकन के रूप में देखना होगा, जिससे ऐसी शिक्षाशास्त्र का विकास हो सके जो शिक्षार्थियों को एक ऐसा संदर्भ प्रदान करे जो गणित पाठ्यक्रम में सफल होने के लिए आवश्यक कौशल और ज्ञान के अधिग्रहण के लिए सामाजिक रूप से सार्थक हो।

गणित के शिक्षकों की विश्वास प्रणाली को बहुस्तरीय लक्ष्यों की एक पदानुक्रमित प्रणाली के रूप में देखा जा सकता है और यह प्रत्येक गणित शिक्षक के लिए व्यक्तिगत रूप से समझ में आता है और यह समझ हमें शिक्षकों के लक्ष्यों और उनके द्वारा अंततः किए जाने वाले लक्ष्यों के बीच के संबंध के बारे में सोचने के लिए प्रेरित कर सकती है, जो कि हालांकि काफी कठिन है, फिर भी एक बहुत ही महत्वपूर्ण संबंध है। भारतीय स्कूलों और कॉलेजों में गणित पाठ्यक्रम में व्यापक संशोधन की सख्त जरूरत है ताकि यह व्यापक समुदाय के उन लोगों को दे सके जो औपचारिक स्कूल/कॉलेज/विश्वविद्यालय प्रणाली से बाहर हैं, उन्हें कुछ शक्तिशाली विचारों को सीखने का मौका मिले जिन्होंने आधुनिक गणित के विकास को आकार दिया है और विशेष रूप से महिलाओं के बीच उन्नत गणित के लिए रुचि को प्रोत्साहित और विकसित किया है, ताकि उनका आत्मविश्वास बढ़े और इस तरह उनके सीखने के अवसर बढ़ें। इस उद्देश्य के लिए, गणित के शिक्षकों को गणित के बारे में अपनी सैद्धांतिक, व्यावहारिक और शोध संबंधी समझ को एकीकृत करने की आवश्यकता है ताकि गणित के प्रभावी शिक्षण और शिक्षण के लिए व्याख्यात्मक उपकरण विकसित किए जा सकें। 12वीं कक्षा के गणित पाठ्यक्रम में गणित विषयों पर काफी समय लगाया जाता है। इस तरह के पाठ्यक्रम में समय का यह सबसे अच्छा उपयोग नहीं हो सकता है, और संबोधित किए गए विषयों की अतिरिक्त खोज और इस तरह के संक्षिप्त परिचय की प्रभावशीलता की आवश्यकता है। विभेदन, एकीकरण और अंतर समीकरण के स्थान पर, अन्य विषय जो वरिष्ठ माध्यमिक गणित पाठ्यक्रम में शामिल किए जाने के लिए अधिक उपयुक्त हैं, उनमें कार्यों की अनुभूति और गणित के वैचारिक आधार पर दृढ़ आधार शामिल हैं। इस

उद्देश्य के लिए गणित के शिक्षकों को गणित के बारे में अपनी सैद्धांतिक, व्यावहारिक और शोध संबंधी समझ को एकीकृत करने की आवश्यकता है ताकि गणित के प्रभावी शिक्षण और शिक्षण के लिए व्याख्यात्मक उपकरण विकसित किए जा सकें। 12वीं कक्षा के गणित पाठ्यक्रम में गणित विषयों पर काफी समय लगाया जाता है। इस तरह के पाठ्यक्रम में समय का यह सबसे अच्छा उपयोग नहीं हो सकता है, और संबोधित किए गए विषयों की अतिरिक्त खोज और इस तरह के संक्षिप्त परिचय की प्रभावशीलता की आवश्यकता है। विभेदन, एकीकरण और अंतर समीकरण के स्थान पर, अन्य विषय जो वरिष्ठ माध्यमिक गणित पाठ्यक्रम में शामिल किए जाने के लिए अधिक उपयुक्त हैं, उनमें कार्यों की अनुभूति और गणित के वैचारिक आधार पर दृढ़ आधार शामिल हैं।

स्कूलों/कॉलेजों/विश्वविद्यालयों के गणित को अधिक वैचारिक, अनुप्रयोग-उन्मुख और प्रौद्योगिकी-गहन दिशा में ले जाने के लिए बड़े पैमाने पर सरकारी वित्तपोषित गणित सुधार परियोजना शुरू करने की आवश्यकता है। एकीकरण और विभेदीकरण में आवश्यक प्रक्रियात्मक सुविधा परिष्कृत हैंड-हेल्ड द्वारा प्रदान की जाएगी।

कैलकुलेटर, जबकि वक्र रेखाचित्रण के क्षेत्रों में पहले से आवश्यक तकनीकी कौशल को सुलभ माइक्रोकंप्यूटर ग्राफिक्स पैकेजों तक स्थगित कर दिया जाएगा। गणित के ये नए दृष्टिकोण शैक्षणिक परिवर्तनों को प्रोत्साहित करेंगे, जैसे कि छोटे-समूह कार्य, प्रयोगशाला दृष्टिकोण और अधिक छात्र-केंद्रित गतिविधियों का उपयोग। ये सभी पाठ्यक्रम परिवर्तन स्कूल/कॉलेज/विश्वविद्यालयों के लिए बहुत बड़ी तार्किक चुनौतियाँ पेश करेंगे जो वर्तमान में केवल बड़े व्याख्यान सेटिंग्स में गणित की पेशकश करने के लिए संगठित हैं। व्यापक हित के लिए एक लंबी चर्चा शुरू करने की आवश्यकता है, क्योंकि अभी यह देखा जा रहा है कि हमारे स्कूल और कॉलेज विद्यार्थियों को गणित पढ़ाने की प्रकृति और दृष्टिकोण से परेशान हैं। पूरा तर्क इन तीन प्रस्तावों के इर्द-गिर्द बना है। 1) इस विश्वास का कोई विरोध नहीं है कि गणित गणित पाठ्यक्रम का एक अभिन्न अंग है, फिर भी इसे सभी गणितीय विषयों में सबसे सर्वोच्च स्थान पर रखना बहुत परेशान करने वाला है, खासकर बीजगणित, ज्यामिति और अन्य ऐसे प्रासंगिक गणितीय विषयों की तुलना में। 2) छात्रों को उनके शैक्षणिक जीवन में बहुत कम समय में गणित पढ़ाना उद्देश्य की पूर्ति नहीं करता है। इसके बजाय, शुरुआती स्कूली वर्षों में अन्य गणितीय विषयों को पढ़ाने से युवा छात्रों में गणितीय समझ बेहतर होगी। 3) जिस तरह से गणित पढ़ाया और छात्रों को प्रस्तुत किया जाता है वह दोषपूर्ण है। पहले के समय में कॉलेज के गणित के छात्रों को 3 साल के स्नातक डिग्री प्रोग्राम के दूसरे साल में एनालिटिक ज्योमेट्री का पूरा कोर्स पढ़ाया जाता था, उसके बाद साल के अंत में गणित पढ़ाया जाता था। तीसरे साल में गणित और डिफरेंशियल इक्वेशन ज्यादा पढ़ाए जाते थे।

मानक विधियाँ अंतिम बिंदु अधिकतम सहित स्थितियों को समझने में विफल रहीं। कठोरता पर कोई ध्यान नहीं दिया गया। समकालीन शब्दावली में, इसे गणित कहा जाता है। यह दृष्टिकोण कुछ दशकों तक चला, सिवाय गणित के कुछ संस्थानों के, जिन्होंने कॉलेज के पहले वर्ष या वरिष्ठ विद्यालय के गणित पाठ्यक्रम में गणित की धारणा पर जोर दिया। समकालीन गणित शिक्षा व्यवस्था में, गणित के शिक्षण के लिए विभिन्न प्रकार के दृष्टिकोण अपनाए जा रहे हैं। कुछ लोग अभी भी गणित पढ़ाने के लिए उसी पुराने ग्रैनविले तरीके का इस्तेमाल करते हैं जबकि अन्य लोग उस कठोरता पर जोर देते हैं जिसके बारे में कुछ दशक पहले कभी नहीं सोचा गया था। वे अपने शिक्षण में गणित के अनुप्रयोगों की उपेक्षा करने पर जोर देते हैं। ज्यामिति का पूर्ण रूप से गायब होना देखा जाता है। पाठ्यपुस्तकों में ज्यामिति का जो भी थोड़ा बहुत उल्लेख है, उसे शिक्षक पाठ्यक्रम पढ़ाते समय

आसानी से अनदेखा कर देते हैं। छात्रों को उनके स्कूली जीवन में जितनी जल्दी हो सके गणित सिखाने की जल्दबाजी यहाँ दिखाई देती है।

यह विचार ही दोषपूर्ण है। यह स्पष्ट है कि इंटरमीडिएट स्तर पर गणित के पाठ्यक्रम के बाद, गणितीय कार्यों की व्युत्पत्ति सबसे सरल कार्य बन जाती है। यहाँ बड़ा सवाल यह नहीं है कि माध्यमिक विद्यालय में गणित पढ़ाने की संभावना है या नहीं, बल्कि यह है कि क्या पूरे पाठ्यक्रम के दृष्टिकोण को ध्यान में रखना बुद्धिमानी होगी। पाठ्यक्रम निर्माता पहले ही बहुत आगे निकल चुके हैं।

गणित को जल्द से जल्द शुरू करने की जल्दबाजी। गणित को जल्द से जल्द शुरू करने के लिए दिया गया तर्क इसकी अत्यधिक श्रेष्ठता/महत्व है कि यह गणित के किसी भी विषय को विस्थापित करके अपनी जगह बना सकता है। प्राथमिक विज्ञान और इंजीनियरिंग पाठ्यक्रमों में इसके उपयोग का हवाला देकर बीजगणित या ज्यामिति की कीमत पर गणित को शुरू करना अतिशयोक्ति है। यह पाठ्यक्रम को बर्बाद कर रहा है, अक्षम और अयोग्य शिक्षकों द्वारा अप्रशिक्षित हाई स्कूल के छात्रों को आधा-अधूरा गणित परोसने का एक स्पष्ट मामला।

संदर्भ

1. आर्मस्ट्रांग, जी., गार्नर, एल., और व्यान, जे. (1994) दो सुधारित गणित कार्यक्रमों के साथ हमारा अनुभव। गणित स्नातक अध्ययन में समस्याएँ, संसाधन और मुद्दे, 4(4), 301–311।
2. आर्टिग्यू, एम. (2001) विश्वविद्यालय स्तर पर शैक्षिक अनुसंधान से हम क्या सीख सकते हैं? विश्वविद्यालय स्तर पर गणित का शिक्षण और सीखना (पृष्ठ 207–220) रू स्प्रिंगर।
3. एशियाला, एम., कॉट्रिल, जे., डबिन्स्की, ई., और शिवंगेनडॉर्फ, के.ई. (1997) छात्रों की व्युत्पन्न की ग्राफिकल समझ का विकास। जर्नल ऑफ मैथमेटिकल बिहेवियर, 16(4), 399–431
4. बोन्सैंग्यू, एम.वी., और ड्यू, डी.ई. (1995) कैलकुलस में अल्पसंख्यक छात्रों की सफलता बढ़ाना। शिक्षण और सीखने के लिए नई दिशाएँ, 1995(61), 23–33
5. बुकमैन, जे. (1993) चार प्रकार की गणित समस्याओं में मेटाकॉग्निटिव व्यवहार का एक विशेषज्ञ नौसिखिया अध्ययन। गणित स्नातक अध्ययन में समस्याएँ, संसाधन और मुद्दे, 3(3), 284–314।
6. बुकमैन, जे., और ब्लेक, एल. (1996) ड्यूक यूनिवर्सिटी में प्रोजेक्ट ब्रू के सात साल स्थिर अवस्था की ओर अग्रसर? गणित स्नातक अध्ययन में समस्याएँ, संसाधन और मुद्दे, 6(3), 221–234.
7. ब्रूनसेल, ई., और होरेज्सी, एम. (2013) एक ही बार में अपनी कक्षा को पलटना। साइंस टीचर, 80(3), 8.
8. डेविड, एच. (2014). पिछले अंतर्राष्ट्रीय परीक्षाओं में गणित में इज़राइल की उपलब्धियाँ: भाग फ्रू जूडै 2011. जर्नल फॉर द एजुकेशन ऑफ गिफटेड यंग साइंटिस्ट्स, 2(1), 11–17.
9. डेमाना, एफ. डी., वेट्स, बी. के., और क्लेमेंस, एस. आर. (1993). प्रीकैलकुलस: फंक्शन और ग्राफ: एडिसन वेस्ले.
10. डोसे, जे. ए. (1992). गणित की प्रकृति: इसकी भूमिका और इसका प्रभाव। गणित शिक्षण और सीखने पर शोध की पुस्तिका, 39, 48.
11. डगलस, आर. जी. (1995). कैलकुलस सुधार का पहला दशक. यूएमई रुझान, 6(6), 1–2.
12. ड्रेफस, टी., और ईसेनबर्ग, टी. (2012) गणितीय सोच के विभिन्न पहलुओं पर गणितीय सोच की प्रकृति (पृष्ठ 269–300): रूटलेज।
13. डबिन्स्की, ई. (2002). उन्नत गणितीय सोच में चिंतनशील अमूर्तता उन्नत गणितीय सोच (पृष्ठ 95–126): स्प्रिंगर.
14. डबिन्स्की, ई. (2002). उन्नत गणितीय सोच में चिंतनशील अमूर्तता उन्नत गणितीय सोच (पृष्ठ 95–126): स्प्रिंगर.
15. फेरिनी-मुंडी, जे., और लॉटन, डी. (1993) कैलकुलस पढ़ाना और सीखना। कक्षा के लिए शोध विचाररू हाई स्कूल गणित, 155–176।
16. फुल्टन, के. (2012) उल्टा और अंदर से बाहर: छात्रों की शिक्षा में सुधार के लिए अपनी कक्षा को पलटें। प्रौद्योगिकी के साथ सीखना और नेतृत्व करना, 39(8), 12–17।
17. गार्डिनर, टी. (1995). गणित लंबे विभाजनों से बाधित है। द संडे टाइम्स, 22.
18. ग्रे, ई.एम., और टाल, डी.ओ. (1994)। द्वैत, अस्पष्टता और लचीलापनरू सरल अंकगणित का एक 'अवधारणात्मक' दृष्टिकोण। गणित शिक्षा में अनुसंधान के लिए जर्नल, 116–140।
19. हेरिड, सी.एफ., और शिलर, एन.ए. (2013) केस स्टडीज और फ़िलड क्लासरूम। जर्नल ऑफ कॉलेज साइंस टीचिंग, 42(5), 62–66।
20. के, आर., और क्लेत्स्किन, आई. (2012) उच्च शिक्षा में गणित पढ़ाने के लिए समस्या-आधारित वीडियो पॉडकास्ट के उपयोग का मूल्यांकन। कंप्यूटर और शिक्षा, 59(2), 619–627।
21. केनेडी, डी. (2000). एक नई सदी के लिए एपी कैलकुलसरू परामर्शदाता एल.
22. कोइराला, एच.पी. (1997) छात्रों की वैचारिक समझ के लिए कैलकुलस का शिक्षण। गणित शिक्षक, 2(1), 52–62।
23. कोक, बी., और डेवसलीगिल, यू. (2014) प्रतिभाशाली/प्रतिभाशाली छात्रों के लिए समानांतर पाठ्यक्रम के आधार पर विभेदित ज्यामिति शिक्षण का स्थानिक क्षमता पर प्रभाव। जर्नल फॉर द एजुकेशन ऑफ गिफटेड यंग साइंटिस्ट्स, 2(1), 40–52।
24. कुह, जी.डी., किन्जी, जे., शूह, जे.एच., और व्हिट, ई.जे. (2011) कॉलेज में छात्रों की सफलता: महत्वपूर्ण परिस्थितियाँ बनानारू जॉन विले एंड संस।
25. मीडोज, एम. (2016) सभी प्रतिभाशाली लड़कियाँ कहाँ हैं? हम उन्हें विज्ञान प्रौद्योगिकी इंजीनियरिंग और गणित में सफलता पाने में कैसे मदद कर सकते हैं? प्रतिभाशाली युवा वैज्ञानिकों की शिक्षा के लिए जर्नल, 4(2), 29–42.
26. पार्क, के., और ट्रेवर्स, के. जे. (1996) कंप्यूटर-आधारित और मानक कॉलेज प्रथम वर्ष के गणित पाठ्यक्रम का तुलनात्मक अध्ययन। गणित शिक्षा में सीबीएमएस मुद्दे, 6, 155–176।
27. रेपो, एस. (1994) समझ और चिंतनशील अमूर्तता: कंप्यूटर वातावरण में व्युत्पन्न की अवधारणा सीखना। इंटरनेशनल डेरिव जर्नल, 1(1), 97–113।
28. शोनेफेल्ड, ए.एच. (1995). कैलकुलस रिफॉर्म की संक्षिप्त जीवनी. यूएमई ट्रेंड्स, 6(6), 3–5.
29. व्हाइट, पी., और मिशेलमोर, एम. (1996) प्रारंभिक गणित में संकल्पनात्मक ज्ञान। गणित शिक्षा में अनुसंधान के लिए जर्नल, 27, 79–95।
30. श्नेप, एम., और नेमिरोव्स्की, आर. (2001) कैलकुलस के मौलिक प्रमेय के लिए आधार तैयार करना। स्कूल गणित में प्रतिनिधित्व की भूमिकाएँ, 90–102।
31. जैप्पे, एस., लीच, आर., मेसनर, जे., लिट्जिंगर, टी., और ली, एच. डब्ल्यू. (2009) एक बड़े स्नातक पाठ्यक्रम में सक्रिय शिक्षण का पता लगाने के लिए कक्षा को षपिलप करना। 11^म वार्षिक सम्मेलन और प्रदर्शनी, सम्मेलन कार्यवाही में प्रस्तुत किया गया पेपर।

32. रुडिक, के. डब्ल्यू. (2012). हाई स्कूल से कॉलेज तक रासायनिक शिक्षा में सुधार के लिए अधिक व्यावहारिक दृष्टिकोण का उपयोग करना: मेम्फिस विश्वविद्यालय।
33. टॉरटॉप, एच.एस. (2014) तुर्की में अकादमिक रूप से प्रतिभाशाली छात्रों की शिक्षा के लिए इन-सर्विस प्रशिक्षण कार्यक्रम की प्रभावशीलता की जांच: एक केस स्टडी। जर्नल फॉर द एजुकेशन ऑफ गिफटेड यंग साइंटिस्ट्स, 2(2), 67–86।